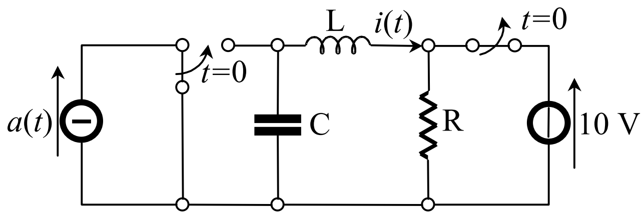
Esercizi
per il Pre-Esame
di Elettrotecnica
Civili & Ambientali VO
del 25 gennaio 2002

1 - Transitorio

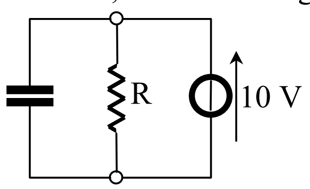


Dato il circuito in figura, calcolare $i(t)$ per $t > 0$, dove **R** = 3 Ω; **L** = 1 H; **C** = 0,5 F; $a(t) = 2\,e^{-3t}$. Si consideri il circuito a regime per $t = 0^-$

$i(t)$ = ____

Soluzione

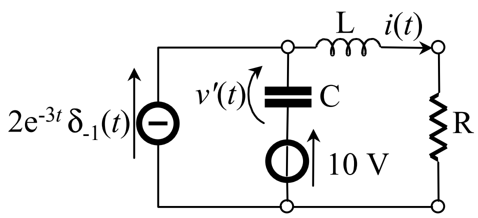
Per <u>$t < 0$</u> l'induttore si comporta come un corto circuito e il condensatore come un circuito aperto. La rete, esclusa la maglia di sinistra che non influenza la $i(t)$, si riduce a:



cioè, l'induttore non è attraversato da corrente e la tensione ai capi del condensatore è quella del generatore di tensione.

$i(0^-) = 0$

$v_C(0^-) = 10$



Introduciamo la variabile scaricata $v'(t)$ e teniamo conto dello stato iniziale con un generatore di tensione in serie. La rete non presenta casi patologici, quindi, poiché l'ingresso ha una discontinuità a gradino, lo stato del circuito si conserva:

$i(0^+) = 0 \qquad v'(0^+) = 0$

$$*\begin{cases} L\cdot\dfrac{d\,i}{dt}+R\cdot i-v'=10 \\ 0{,}5\cdot\dfrac{d\,v'}{dt}+i=2e^{-3t}\end{cases} \qquad \begin{cases}\dfrac{d^2\,i}{dt^2}+\dfrac{R}{L}\cdot\dfrac{d\,i}{dt}-\dfrac{1}{L}\cdot\dfrac{d\,v'}{dt}=0 \\ \dfrac{d\,v'}{dt}=-2i+4e^{-3t}\end{cases} \qquad \dfrac{d^2\,i}{dt^2}+3\cdot\dfrac{d\,i}{dt}+2i=4e^{-3t}$$

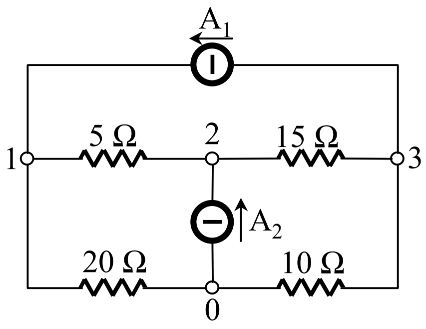
$$\lambda^2+3\lambda+2=0 \qquad \lambda_1=-2 \quad \lambda_2=-1 \qquad i(t)=A_1\cdot e^{-2t}+A_2\cdot e^{-t}+i_p$$

$$i_p(t)=K\cdot e^{-3t} \qquad 9Ke^{-3t}-9Ke^{-3t}+2Ke^{-3t}=4e^{-3t} \qquad K=2 \qquad i(t)=A_1\cdot e^{-2t}+A_2\cdot e^{-t}+2\cdot e^{-3t}$$

$i(0^+) = 0$ e dalla prima delle *: $\left.\dfrac{d\,i}{dt}\right|_{0^+}=10$

$$\begin{cases}A_1+A_2+2=0 \\ -2A_1-A_2-6=10\end{cases} \qquad \begin{cases}A_1=-14 \\ A_2=12\end{cases} \qquad \boxed{i(t)=-14\cdot e^{-2t}+12\cdot e^{-t}+2\cdot e^{-3t}}$$

2 – Circuito in Regime Stazionario



I potenziali nodali dei nodi 1, 2, 3 rispetto al nodo 0 sono rispettivamente: $\mathbf{U_1}$ = 4 V; $\mathbf{U_2}$ = 15 V; $\mathbf{U_3}$ = 18 V.
Ricavare le correnti $\mathbf{A}_1$ e $\mathbf{A}_2$ dei generatori di corrente.

$\mathbf{A}_1$ = __________ $\mathbf{A}_2$ = __________

Soluzione

Si può applicare il metodo dei potenziali nodali, ottenendo le correnti incognite esplicitate:

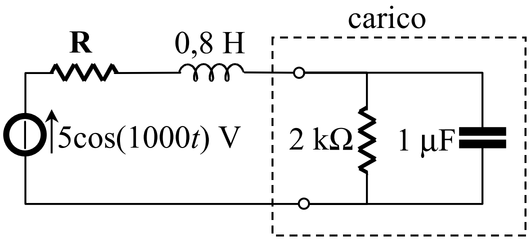
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{20}+\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5}+\frac{1}{15} & -\frac{1}{15} \\ 0 & -\frac{1}{15} & \frac{1}{15}+\frac{1}{10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ -A_1 \end{bmatrix}$$

Il problema parrebbe sovradeterminato, perché ci sono tre equazioni e due incognite.
Se, però, il problema è ben posto, la terza equazione serve come verifica della prima.

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{5}\right)\cdot 4-\frac{1}{5}\cdot 15 = A_1 = -2 \\ -\frac{1}{5}\cdot 4+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{15}\right)\cdot 15-\frac{1}{15}\cdot 18 = A_2 = 2 \\ -\frac{1}{15}\cdot 15+\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{10}\right)\cdot 18 = -A_1 = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} A_1 = -2\text{ A} \\ A_2 = 2\text{ A} \end{cases}}$$

3 – Regime Sinusoidale



Per quale valore della resistenza **R** si massimizza la potenza fornita al carico?

R = ______________

Soluzione

In questo caso non siamo in presenza di un problema di adattamento, perché il carico è fissato. Ci aspettiamo che la massima potenza si ottenga con la minima caduta di tensione sulla linea, cioè con **R** = 0. Verifichiamo:

L'impedenza del carico è pari a:

$$\dot{z}_C = \frac{-j2\cdot 10^6}{2\cdot 10^3 - j\cdot 10^3} = \frac{-j2\cdot 10^3\cdot(2+j)}{4+1} = 400\cdot(1-j2)$$

La tensione applicata al carico è (partitore di tensione):

$$\overline{V}_C = \frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\dot{z}_C}{R+j800+\dot{z}_C} = \frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{400\cdot(1-j2)}{R+j800+400\cdot(1-j2)} = \frac{2000}{\sqrt{2}\cdot(R+400)}\cdot(1-j2)$$

e la corrente che lo attraversa:

$$\bar{I}_C = \frac{\overline{V}_C}{\dot{z}_C} = \frac{2000\cdot(1-j2)}{\sqrt{2}\cdot(R+400)}\cdot\frac{1}{400\cdot(1-j2)} = \frac{5}{\sqrt{2}\cdot(R+400)}$$

Infine, la potenza complessa:

$$\dot{S} = \overline{V}_C\cdot\bar{I}_C^* = \frac{2000\cdot(1-j2)}{\sqrt{2}\cdot(R+400)}\cdot\frac{5}{\sqrt{2}\cdot(R+400)} = \frac{5000}{(R+400)^2}\cdot(1-j2)$$

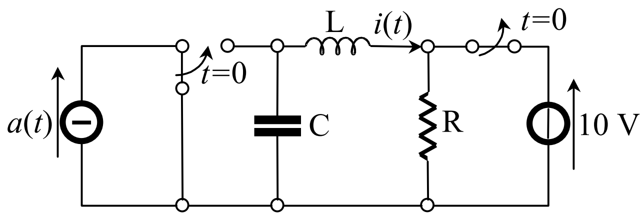
La resistenza **R** compare al denominatore sia della potenza attiva, sia della potenza reattiva. Quindi il valore massimo per entrambe si ottiene per:

$$\boxed{\mathbf{R} = 0}$$

Pre-Esame di Elettrotecnica – 25 gennaio 2002 Civili&Ambientali VO

Nome: _______________ Cognome: ________________ Mtr: _______

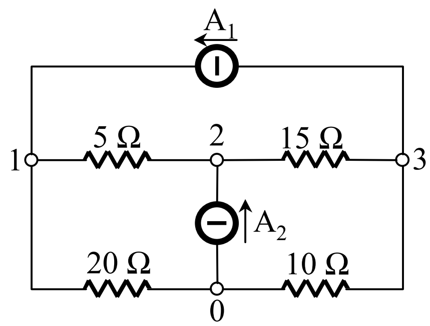
I)



Dato il circuito in figura, calcolare $i(t)$ per $t > 0$, dove **R** = 3 Ω; **L** = 1 H; **C** = 0,5 F; $a(t) = 2\ e^{-3t}$.
Si consideri il circuito a regime per $t = 0^-$

$i(t)$ = ____________________________________

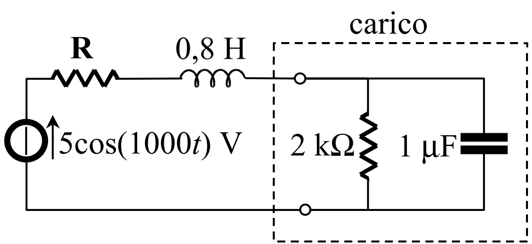
II)



I potenziali nodali dei nodi 1, 2, 3 rispetto al nodo 0 sono rispettivamente: $\mathbf{U_1}$ = 4 V; $\mathbf{U_2}$ = 15 V; $\mathbf{U_3}$ = 18 V.
Ricavare le correnti $\mathbf{A}_1$ e $\mathbf{A}_2$ dei generatori di corrente.

$\mathbf{A}_1$ = __________ $\mathbf{A}_2$ = __________

III)



Per quale valore della resistenza **R** si massimizza la potenza fornita al carico?

R = ______________