

Contenuti

| | |
|---|-----------|
| Copertina | 1 |
| Indice | 4 |
| 1 Elementi di Teoria dei Segnali | 7 |
| 1.1 Segnali analogici e digitali | 7 |
| 1.2 Quantizzazione e campionamento | 7 |
| 1.2.1 Convertitore Analogico-Digitale (A/D) | 8 |
| 1.2.2 Convertitore Digitale-Analogico (D/A) | 9 |
| 2 Elementi di Elettronica Applicata | 10 |
| 2.1 Amplificatori | 10 |
| 2.2 Impedenza d'ingresso e impedenza d'uscita | 10 |
| 2.3 Amplificatori operazionali | 10 |
| 2.3.1 Interfacce dell'amplificatore operazionale. | 11 |
| 2.3.2 Relazione ingressi-uscita. | 12 |
| 2.3.3 Modello dinamico del sistema autonomo. | 12 |
| 2.3.4 Punto d'equilibrio del sistema autonomo. | 12 |
| 2.3.5 Stabilità del punto d'equilibrio del sistema autonomo. | 12 |
| 2.3.5.1 Stabilità semplice | 12 |
| 2.3.5.2 Stabilità asintotica | 12 |
| 2.3.6 Comportamento del sistema autonomo. | 13 |
| 2.3.7 Risposta al gradino del sistema inizialmente in quiete. | 13 |
| 2.3.8 Amplificatore in retroazione unitaria negativa | 14 |
| 2.3.9 Amplificatore in retroazione unitaria positiva | 15 |
| 2.3.10 Amplificatore invertente | 16 |
| 2.3.11 Amplificatore non invertente | 16 |
| 2.3.12 Amplificatore differenziale | 17 |
| 2.3.13 Amplificatore differenziale ad alta impedenza d'ingresso | 18 |
| 2.3.14 Un diffuso amplificatore operazionale commerciale | 18 |
| 2.4 10 punti | 19 |
| 3 Cenni sulle caratteristiche metrologiche dei sensori | 21 |
| 3.1 Retta di taratura | 22 |
| 3.2 Incertezza di taratura | 22 |
| 3.3 Sensibilità (sensitivity) | 23 |
| 3.4 Linearità (linearity) | 23 |
| 3.5 Risoluzione (resolution) | 23 |
| 3.6 Ripetibilità (repeatability) | 23 |
| 3.7 Isteresi (hysteresis) | 23 |
| 3.8 Accuratezza (accuracy) | 24 |
| 3.9 Stabilità (drift) | 24 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 4 | Sensori utilizzati nel controllo d'asse | 25 |
| 4.1 | L'encoder incrementale | 25 |
| 4.1.1 | L'encoder incrementale rotativo | 25 |
| 4.1.2 | Metodi di calibrazione iniziale | 27 |
| 4.1.2.1 | Fine corsa | 27 |
| 4.1.2.2 | Impulso indice | 27 |
| 4.1.2.3 | Sensore assoluto a bassa risoluzione sull'asse lento | 27 |
| 4.2 | Encoder assoluto | 27 |
| 4.3 | Dinamo tachimetrica | 28 |
| 5 | Potenzimetro (servopotenzimetro) | 29 |
| 6 | Resolver | 29 |
| 7 | Sensori di forza estensimetrici | 31 |
| 7.1 | Calcolo dello sbilanciamento in un ponte di Wheatstone | 33 |
| 7.2 | Collocazione e collegamento degli estensimetri | 35 |
| 7.3 | Sensori a più componenti | 40 |
| 7.4 | Tipologie di sensori di forza utilizzati in robotica | 40 |
| 7.5 | Un esercizio... | 40 |
| 8 | Motore brushed DC | 43 |
| 8.1 | Modello matematico del motore DC a magneti permanenti | 45 |
| 8.1.1 | Equazione alla maglia | 45 |
| 8.1.2 | Trasduzione corrente-coppia | 46 |
| 8.1.3 | Equazione di Eulero per l'asse rotante | 46 |
| 8.1.4 | Trattazione nel dominio del tempo | 46 |
| 8.1.5 | Trattazione con l'ausilio della trasformata di Laplace | 47 |
| 8.2 | Motore pilotato in corrente | 47 |
| 8.3 | Motore pilotato in tensione | 47 |
| 8.4 | Equivalenza tra k_e e k_t | 47 |
| 8.5 | Funzione di trasferimento approssimata per il motore DC pilotato in tensione | 48 |
| 8.5.1 | Esempio: motore tipo MINIMOTOR 3540 024C | 48 |
| 8.5.2 | Esempio: motore DC tipo AEROTECH 1017-01 | 49 |
| 9 | Motore brushless DC | 51 |
| 9.1 | Generalità sul motore brushless DC | 51 |
| 9.2 | Pilotaggio del motore brushless DC | 52 |
| 9.2.1 | Pilotaggio ad onda quadra | 52 |
| 9.2.2 | Pilotaggio sinusoidale | 54 |
| 10 | Motori a passi | 55 |
| 11 | Modellazione del riduttore e del carico | 57 |
| 11.1 | Riduzione dell'inerzia e dell'attrito motore all'asse lento | 57 |
| 11.2 | Un criterio di ottimizzazione del rapporto di riduzione | 57 |
| 11.3 | Effetto dell'eccentricità del volano in gravità | 58 |

| | |
|---|-----------|
| 12 Azionamenti DC | 59 |
| 12.1 Azionamenti DC per pilotaggio in corrente | 59 |
| 12.2 Azionamenti DC per pilotaggio in tensione | 59 |
| 12.3 Azionamenti lineari e PWM | 60 |
| 12.3.1 PWM con segno | 62 |
| 12.3.2 Schema di principio di un azionamento DC lineare per pilotaggio in corrente | 62 |
| 12.3.3 Schema di principio di un azionamento DC in PWM | 64 |
| 12.4 Esercizi | 64 |
| 13 Alimentatori non stabilizzati per azionamenti DC | 69 |
| 13.1 Trasformatore | 69 |
| 13.2 Raddrizzatore | 69 |
| 14 Circuiti integrati per il controllo d'asse | 71 |
| 14.1 Pianificazione della traiettoria desiderata con profilo di velocità trapezoidale | 73 |
| 15 Tipi di riduttori maggiormente utilizzati nei controlli d'asse | 75 |
| 15.1 Riduttori Harmonic Drive | 75 |
| 15.2 Riduttori cicloidali | 76 |
| 16 Cenni sull'uso del regolatore PID per il controllo d'asse | 79 |
| 16.1 Dinamica del sistema | 79 |
| 16.1.1 Controllo PD | 80 |
| 16.1.2 Il regolatore PD in presenza di un disturbo costante | 81 |
| 16.1.3 Stabilità pratica | 83 |
| 16.2 Criteri di progetto del regolatore PD | 83 |
| 16.3 Uso del termine integrale | 84 |
| 16.4 Controllo PD con compensazione in avanti (feedforward) | 85 |
| 16.5 Esercizi | 87 |
| 16.5.1 | 87 |
| Bibliografia | 88 |

Lista delle Figure

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Dinamo tachimetrica | 7 |
| 2 | Campionamento di un segnale | 8 |
| 3 | L'amplificatore come quadripolo. | 10 |
| 4 | Amplificatore operazionale. | 11 |
| 5 | Sistema asintoticamente stabile. | 13 |
| 6 | Inseguitore (buffer). | 14 |
| 7 | Amplificatore in retroazione positiva (instabile). | 15 |
| 8 | Amplificatore in configurazione invertente. | 16 |
| 9 | Amplificatore in configurazione non invertente. | 17 |
| 10 | Amplificatore differenziale. | 18 |

| | | |
|----|--|----|
| 11 | Amplificatore differenziale ad alta impedenza d'ingresso. | 19 |
| 12 | Amplificatore operativo TL084: a) dati di targa; b) package con quattro amplificatori in un singolo integrato; c) risposta in frequenza (diagrammi Bode in anello aperto). | 20 |
| 13 | Ponte estensimetrico. | 20 |
| 14 | Retta di taratura | 21 |
| 15 | Integrati per l'interfacciamento di encoder incrementali | 26 |
| 16 | Encoder assoluto | 27 |
| 17 | Dinamo tachimetrica | 28 |
| 18 | Potenzimetro lineare | 29 |
| 19 | Ponte di Wheatstone | 34 |
| 20 | Protezione dai sovraccarichi | 36 |
| 21 | Estensimetri su trave a mensola | 36 |
| 22 | Ponte per una mensola con due estensimetri | 37 |
| 23 | Estensimetro di compensazione | 37 |
| 24 | Spring a trave sfinestrata | 38 |
| 25 | Modello dell'ala superiore della finestra | 38 |
| 26 | Collegamento degli estensimetri su una trave sfinestrata | 39 |
| 27 | Trave sfinestrata a geometria semplificata | 40 |
| 28 | Esercizio sull'estensimetria | 41 |
| 29 | Spira immersa in un campo magnetico | 43 |
| 30 | Schema di principio motore DC | 44 |
| 31 | Modello del motore DC ad eccitazione permanente. | 45 |
| 32 | a) diagrammi di Bode di ampiezza di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$ b) diagrammi di Bode di fase di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$ | 50 |
| 33 | Luoghi di Nyquist di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$ | 50 |
| 34 | Motore brushless DC bifase | 52 |
| 35 | Pilotaggio ad onda quadra di motori brushless DC | 53 |
| 36 | Motore a riluttanza variabile | 55 |
| 37 | Funzionamento del motore a riluttanza variabile | 56 |
| 38 | Segnale PWM bipolare con $T_1 = 0.75 T$. Il valor medio risulta $\overline{v(t)} = 0.5V$ | 60 |
| 39 | Andamento della velocità angolare per il motore dell'esempio 8.5.1 in conseguenza dell'applicazione di una tensione d'ingresso PWM a valor medio nullo. | 61 |
| 40 | Comportamento del motore dell'esempio 8.5.1 in conseguenza dell'applicazione di una tensione d'ingresso PWM a valor medio nullo a) senza induttanza aggiuntiva e b) con l'aggiunta di un'induttanza di 1.2 mH in serie. | 62 |
| 41 | Andamento del ripple normalizzato rispetto al valore massimo della corrente in funzione del rapporto $\frac{T_1}{T}$ per un circuito in cui il rapporto tra il periodo della portante PWM e la costante di tempo propria del circuito $\tau = \frac{L}{R}$ sia pari a 0.625. | 63 |
| 42 | Segnale PWM unipolare (PWM con segno) con $T_1 = 0.75 T$ e segno positivo. Il valor medio risulta $\overline{v(t)} = 0.75V$ | 64 |
| 43 | Schema circuitale di principio di un azionamento in continua per motore DC con retroazione in corrente. | 65 |

| | | |
|----|---|----|
| 44 | Parte di potenza di un azionamento DC in PWM. | 65 |
| 45 | Tipico andamento della caratteristica di un transistor al variare della i_b e retta di carico in continua. | 66 |
| 46 | | 67 |
| 47 | Esempio di trasformatore/raddrizzatore che alimenta un carico resistivo. a) Circuito raddrizzatore più carico: v_2 rappresenta la tensione sul secondario del trasformatore ottenuta con un rapporto spire pari a 6.46. Si è ipotizzato che il trasformatore avesse induttanza di dispersione nulla ed una resistenza totale sul secondario di 0.5Ω . È stata inoltre trascurata la caduta sui diodi considerati, quindi, ideali. Il condensatore posto in serie al carico ha una capacità di $10000 \mu F$, mentre il carico è di 16Ω . b) Andamento delle forme d'onda nel circuito. | 70 |
| 48 | Effetto del campionamento sulla ricostruzione del segnale di velocità: nella parte alta della figura sono riportati i segnali di posizione e velocità di un corpo che si muove con accelerazione costante di 9.81 m/s^2 . Il sensore di posizione che campiona a $T = 1 \text{ ms}$, ha un rumore gaussiano con media zero e deviazione standard 1 mm . Nella parte bassa sono riportati i segnali di velocità ricostruiti a partire dal segnale di posizione rumoroso utilizzando T e $4T$ per calcolare il rapporto incrementale. | 72 |
| 49 | Traiettoria trapezoidale per un asse rotativo che deve compiere uno spostamento di 20 rad . Il valore dell'accelerazione è di 10 rad/s^2 e quello della velocità di 10 rad/s | 73 |
| 50 | Traiettoria trapezoidale che degenera in una triangolare. Il tratto da percorrere è pari a 5 rad , il valore dell'accelerazione è di 10 rad/s^2 e la velocità massima di 10 rad/s non viene raggiunta. | 74 |
| 51 | Esempio di riduttore cicloidale con $r_1 = 60 \text{ mm}$, $e = 4 \text{ mm}$ (rapporto di riduzione 1:15). Sulla sinistra è riportata la traiettoria che l'utensile esegue nel taglio del disco cicloidale, mentre a destra è possibile vedere il risultato che è l'inviluppo della traiettoria dell'utensile. | 78 |
| 52 | Sistema di controllo | 79 |
| 53 | Sistema ad un grado di libertà con controllo proporzionale e reazione tachimetrica | 80 |
| 54 | Sistema ad un grado di libertà con controllo PD ed aggiunta in ingresso della velocità desiderata | 81 |
| 55 | Sistema ad un grado di libertà con controllo PID | 84 |
| 56 | Compensazione di gravità con una molla | 86 |

1 Elementi di Teoria dei Segnali

1.1 Segnali analogici e digitali

Un “segnale analogico a tempo continuo” $y(t)$ è un tipo di segnale, ad esempio una tensione o una corrente, in cui l’informazione che si desidera trasmettere è associata al valore istantaneo $y \in R$ che $y(t)$ assume all’istante di tempo t , con $t \in R$ (tempo continuo).

Molto spesso abbiamo bisogno di fare delle operazioni su un determinato segnale come, ad esempio, analisi statistiche, grafici. Oppure desideriamo confrontare il segnale misurato con uno di riferimento al fine di calcolare l’errore in un sistema controllato in anello chiuso e poi il comando da inviare agli attuatori. Tali operazioni possono, in linea di principio, essere fatte con appositi circuiti elettronici di tipo analogico che eseguono sui segnali le operazioni richieste. Molta più flessibilità si ottiene invece se si utilizza un computer o altro sistema di elaborazione digitale.

Esempio 1.1: Dinamo tachimetrica: quella mostrata schematicamente in Fig. 1 è una dinamo tachimetrica. Si tratta di una macchina elettrica a corrente continua con eccitazione a magneti

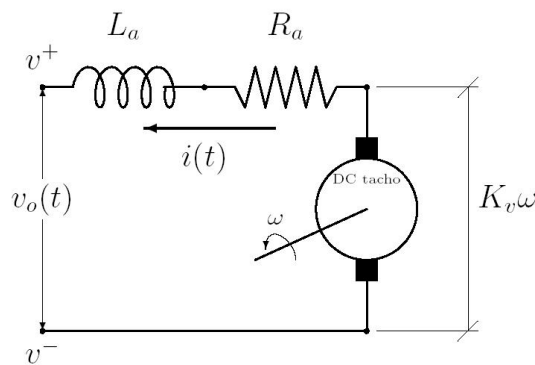


Figura 1: Dinamo tachimetrica.

permanenti che genera una tensione ai morsetti proporzionale alla velocità angolare del rotore. Se K_v è la costante di trasduzione della dinamo e ω è la velocità angolare, la differenza di potenziale v_o ai morsetti vale:

$$v_o(t) = v^+ - v^- = K_v \omega(t) - R_a i(t) - L_a \frac{di(t)}{dt} . \quad (1)$$

A vuoto, ovvero in assenza di corrente ($i(t) = 0$), dalla (1) ricaviamo la seguente espressione:

$$v_o(t) = K_v \omega(t) . \quad (2)$$

Se K_v è espressa in $\frac{V \cdot s}{rad}$, ad ogni rad/s corrisponde una tensione v_o pari a K_v V.

1.2 Quantizzazione e campionamento

Se desideriamo sfruttare le possibilità di elaborazione offerte dagli odierni sistemi digitali (ad esempio i microprocessori o i microcontrollori) si pongono però due

problemi.

Il primo problema è che, in un sistema digitale il tempo non è una variabile continua ma bensì discreta ovvero esistono degli istanti, detti istanti di campionamento, in cui il sistema digitale scambia informazioni con l'ambiente esterno. In

Fig. 2 è mostrato il campionamento di un segnale esponenziale $\begin{cases} u(t) = 0, & t < 0 \\ u(t) = e^{-3t}, & t \geq 0 \end{cases}$ con tempo di campionamento $T = 0.1s$.

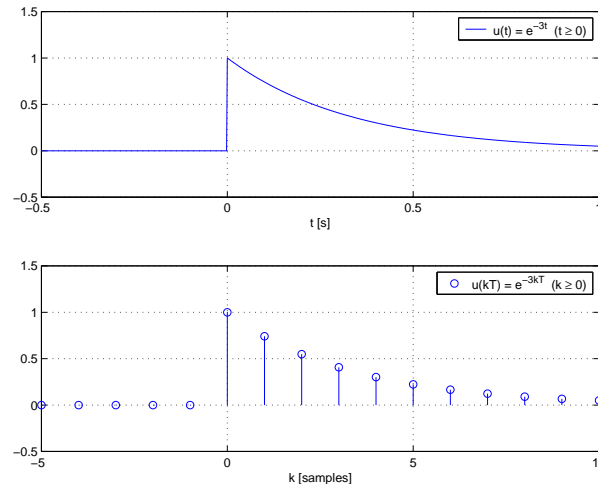


Figura 2: Campionamento di un segnale esponenziale.

Il secondo problema è che i sistemi digitali sono intrinsecamente ad aritmetica finita, cioè un numero reale deve essere approssimato con un numero razionale.

Ad esempio se utilizziamo una codifica intera a 8 bit, ad un segnale di valore compreso tra -10 V e 10 V possiamo fare corrispondere un numero intero compreso tra 0 e 255 (codifica unsigned) oppure tra -128 e 127 (codifica signed).

È chiaro quindi che la digitalizzazione di un segnale analogico comporta un errore di quantizzazione.

1.2.1 Convertitore Analogico-Digitale (A/D)

Per eseguire l'operazione di campionamento bisogna disporre di un componente che esegua le due operazioni di discretizzazione necessarie per passare dal mondo analogico a quello digitale, ovvero:

1. discretizzazione nel tempo;
2. conversione del segnale analogico in una rappresentazione in aritmetica finita ad un certo numero di bit.

Le due operazioni sopra menzionate vengono effettuate da un unico componente, denominato convertitore analogico-digitale (in Inglese Analog to Digital Converter - ADC). Ne esistono di vari tipi, più o meno precisi (numero di bit) e più o meno veloci (tempo di conversione). Per ridurre il costo dei sistemi di acquisizione, le

schede ADC commerciali spesso hanno un unico convertitore che serve n ingressi (di solito $n = 8$, $n = 16$ o comunque multipli di 2) che vengono multiplexati. Il tempo di conversione totale vale:

$$t_{tot} = n' t_c \quad , \quad (3)$$

dove t_{tot} è il tempo totale necessario alla conversione, $n' < n$ è il numero di canali da convertire effettivamente e t_c è il tempo necessario a fare una singola conversione.

Il costo è, ovviamente, commisurato alle prestazioni.

1.2.2 Convertitore Digitale-Analogico (D/A)

2 Elementi di Elettronica Applicata

2.1 Amplificatori

Un amplificatore è un componente fondamentale per l'elaborazione di segnali analogici. Un amplificatore ideale è un sistema ingresso uscita in cui esiste un rapporto costante A , detto *guadagno*, tra il segnale d'ingresso $u(t)$ ed il segnale d'uscita $y(t)$:

$$y(t) = Au(t) \quad , \quad (4)$$

Quindi in un amplificatore di tensione il cui ingresso è una tensione $v_{in}(t)$ e l'uscita una tensione $v_{out}(t)$, vale:

$$v_{out}(t) = A_v v_{in}(t) \quad , \quad (5)$$

dove A_v è il *guadagno di tensione*.

2.2 Impedenza d'ingresso e impedenza d'uscita

Possiamo rappresentare schematicamente un amplificatore di tensione non ideale come mostrato in Fig. 3. Il rapporto tra la tensione (alternata sinusoidale) in ingresso V_{in} e la corrente I_{in} che entra nell'amplificatore è l'*impedenza d'ingresso* Z_{in} dell'amplificatore. Analogamente, in uscita si ha la seguente equazione:

$$V_{out} = A_v V_{in} - Z_{out} I_{out} \quad , \quad (6)$$

e la quantità Z_{out} si dice *impedenza d'uscita*. In un amplificatore ideale $Z_{in} = \infty$

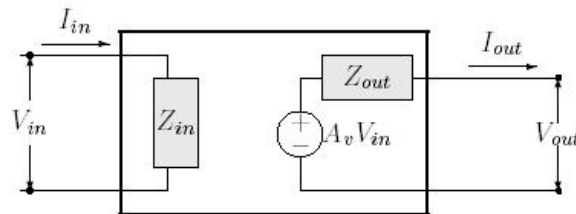


Figura 3: L'amplificatore come quadripolo.

per cui la corrente in ingresso I_{in} è nulla (assorbimento di potenza nullo). In un amplificatore ideale inoltre $Z_{out} = 0$, e dalla (6) si può verificare che l'uscita V_{out} vale $A_v V_{in}$, ed è quindi indipendentemente dalla corrente erogata per cui non ci sono, in teoria, limiti alla potenza erogabile in uscita.

2.3 Amplificatori operazionali

Gli amplificatori operazionali devono il loro nome alla loro caratteristica di essere particolarmente indicati a elaborare segnali analogici utilizzando appositi schemi circuitali. Operazioni possibili mediante circuiti realizzati con amplificatori operazionali sono, ad esempio:

- amplificazione di un segnale (moltiplicazione per una costante);
- somma algebrica (anche pesata) di due o più segnali;
- integrale di un segnale;
- derivata.

Nel II dopoguerra gli amplificatori operazionali sono stati largamente usati per realizzare calcolatori analogici con cui era possibile simulare il comportamento di sistemi dinamici.

Non ci soffermeremo sulla struttura interna degli amplificatori operazionali ma ci limiteremo a considerarli come dispositivi con certe funzionalità.

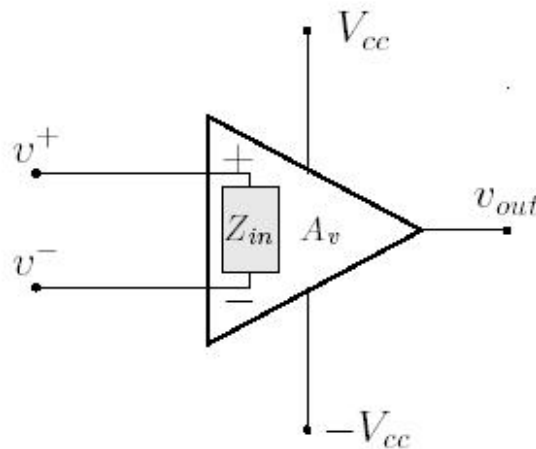


Figura 4: Amplificatore operazionale.

2.3.1 Interfacce dell'amplificatore operazionale.

Il simbolo dell'amplificatore operazionale è mostrato in Fig. 4. È possibile evidenziare:

- **le alimentazioni:** V_{cc} e $-V_{cc}$ sono le tensioni di alimentazione del dispositivo e forniscono la potenza necessaria al funzionamento;
- **gli ingressi:** v^+ , detto ingresso *non invertente* e v^- , detto *invertente*;
- **l'impedenza d'ingresso:** $Z_{in} \gg 1$ molto elevata negli amplificatori operazionali (almeno alcuni $M\Omega$); in un amplificatore operazionale ideale, vale $Z_{in} = \infty$
- **il guadagno:** $A_v \gg 1$ è detto *guadagno statico in anello aperto*; in un amplificatore operazionale ideale $A_v = \infty$
- **l'uscita:** v_{out} .

2.3.2 Relazione ingressi-uscita.

In prima approssimazione, in un amplificatore operazionale, l'uscita v_{out} è funzione degli ingressi secondo la seguente equazione differenziale del I ordine lineare e tempo-invariante (o stazionaria):

$$v_{out} + \tau \frac{d}{dt} v_{out} = A_v(v^+ - v^-) \quad , \quad (7)$$

dove $\tau > 0$ è una costante di tempo. Utilizzando la simbologia u, y per indicare rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema potremo riscrivere la (7):

$$y + \tau \dot{y} = A_v u \quad . \quad (8)$$

2.3.3 Modello dinamico del sistema autonomo.

Se l'ingresso u è nullo (vuol dire che gli ingressi v^+ e v^- sono cortocircuitati), il sistema governato dall'equazione differenziale (8) si dice *autonomo* e l'equazione differenziale diventa omogenea:

$$y + \tau \dot{y} = 0 \quad . \quad (9)$$

2.3.4 Punto d'equilibrio del sistema autonomo.

Il sistema autonomo (9) ha ovviamente un *punto di equilibrio* in $y = 0$ a cui corrisponde anche $\dot{y} = 0$ e l'amplificatore posto in questa condizione, può rimanervi indefinitamente se nessuna causa esterna interviene a perturbarne l'equilibrio.

2.3.5 Stabilità del punto d'equilibrio del sistema autonomo.

In tutti i sistemi dinamici di uso pratico (quindi anche per un amplificatore) è di primaria importanza che un punto di funzionamento caratterizzato da una posizione di equilibrio sia *stabile*.

2.3.5.1 Stabilità semplice Un punto di equilibrio si dice stabile se il sistema, momentaneamente allontanato dal punto di equilibrio di una piccola entità non se ne allontana eccessivamente.

Esempio 2.1: Un punto materiale in quiete poggiato su un piano orizzontale con attrito è in equilibrio nella posizione in cui si trova. La posizione di equilibrio è semplicemente stabile perchè, se gli diamo un impulso che lo mette in movimento, esso si sposterà dalla condizione iniziale di equilibrio, ma si fermerà nelle vicinanze.

2.3.5.2 Stabilità asintotica Un punto di equilibrio si dice asintoticamente stabile se il sistema, oltre ad essere stabile, converge asintoticamente al punto d'equilibrio.

Esempio 2.2: Una massa collegata ad un telaio tramite una sospensione viscoelastica che gli permette un moto verticale, come mostrato in Fig. 5 ha una *condizione di equilibrio stabile* y_{eq} , $\dot{y} = 0$ corrispondente alla massa in quiete ($\dot{y} = 0$) e posta, rispetto alla condizione in cui la

molla è a riposo, alla quota $y_{eq} =$ in cui la forza peso mg è equilibrata dalla forza di richiamo della molla. La stabilità è di tipo *asintotico* perchè la massa, se allontanata dall'equilibrio, si mette in moto con oscillazioni smorzate o con moto aperiodico che la riportano asintoticamente in quiete alla quota di equilibrio.

2.3.6 Comportamento del sistema autonomo.

Il sistema (9), posto inizialmente in un punto $y = y_0$ evolve come descritto in seguito. Separando le variabili si ottiene:

$$\frac{dy}{y} = -\frac{dt}{\tau} \quad . \quad (10)$$

Integrando ambo i membri della (10) si ottiene:

$$\frac{y}{y_0} = -\frac{t}{\tau} \quad . \quad (11)$$

Facendo l'esponenziale ad ambo i membri della (11) si ottiene la soluzione nel dominio del tempo $y(t)$:

$$y(t) = y_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad . \quad (12)$$

Dalla (12) si vede che il sistema autonomo è asintoticamente stabile cioè:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0 \quad . \quad (13)$$

2.3.7 Risposta al gradino del sistema inizialmente in quiete.

Supponiamo di porre l'amplificatore inizialmente in quiete ($y = 0$) ed applichiamo all'ingresso una tensione a gradino unitario $u(t) = 1(t)$, dove la funzione $1(t)$ è definita come segue:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t \leq 0 \\ 1 & \text{if } t > 0 \end{cases} \quad (14)$$

La soluzione dell'equazione differenziale (8) è del tipo:

$$y(t) = Ae^{\frac{t}{\tau}} + B \quad , \quad (15)$$

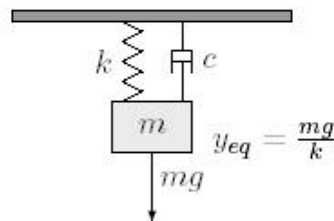


Figura 5: Sistema asintoticamente stabile.

dove B è pari alla soluzione di regime $y_\infty = A_v \times 1$ e $A = -B$, come si ricava imponendo che $y(0) = 0$. Si ha quindi

$$y(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})A_v \times 1 \quad , \quad (16)$$

e la soluzione converge esponenzialmente verso il valore di regime $y = y_{infy}$ (che quindi è un punto di equilibrio asintoticamente stabile per il sistema).

2.3.8 Amplificatore in retroazione unitaria negativa

Lo schema circuitale mostrato in Fig. 6 si dice *inseguitore* (*voltage follower*) in quanto, come vedremo più avanti, l'uscita "insegue" l'ingresso. È presente un meccanismo di retroazione negativa unitaria in quanto il segnale d'uscita è riportato sull'ingresso invertente con un coefficiente unitario: $v^- = v_{out}$. L'equazione

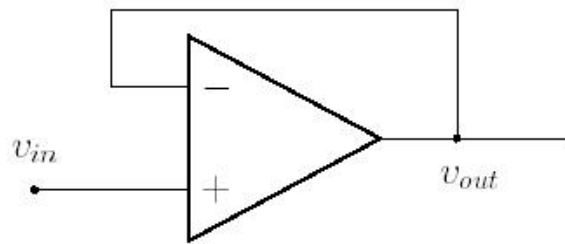


Figura 6: Inseguitore (buffer).

differenziale che governa il funzionamento del sistema è la (8), dove l'ingresso vale $u = v_{in} - y$, essendo $v^- = v_{out} = y$ che può quindi essere riscritta:

$$y + \tau \dot{y} = A_v(v_{in} - y) \quad , \quad (17)$$

da cui:

$$\begin{aligned} (1 + A_v)y + \tau \dot{y} &= A_v v_{in} \\ y + \frac{\tau}{1 + A_v} \dot{y} &= \frac{A_v}{1 + A_v} v_{in} \quad . \end{aligned} \quad (18)$$

La (18) è formalmente identica alla (8) e quindi la soluzione, con condizione iniziale $y(0) = y_0$ ed ingresso a gradino unitario $u(t) = 1(t)$, è:

$$y(t) = y_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A_v}{1 + A_v} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) 1(t) \quad , \quad (19)$$

dove

$$\tau' = \frac{\tau}{1 + A_v} \quad . \quad (20)$$

È da notare che, dato che $A_v \gg 1$, $\tau' \simeq \frac{\tau}{A_v}$. Inoltre $\frac{A_v}{1 + A_v} \simeq 1$, da cui:

$$y(t) \simeq y_0 e^{-\frac{t}{\tau'}} + (1 - e^{-\frac{t}{\tau'}}) 1(t) \quad . \quad (21)$$

Negli amplificatori operazionali commerciali, l'ordine di grandezza di τ è 0.01 s. Ragion per cui, essendo l'ordine di grandezza del guadagno $A_v \simeq 10^5 \div 10^6$ ¹, $\tau' \simeq 10^{-8}$ s. Il che vuol dire che in un inseguitore la risposta è estremamente rapida e che, per segnali v_{in} variabili nel tempo in modo relativamente lento (ovvero con costanti di tempo molto superiori rispetto a τ'), vale:

$$y(t) = v_{in}(t) \quad . \quad (22)$$

Anche per altre configurazioni circuitali, la costante di tempo del sistema risulterà molto piccola cioè dell'ordine di grandezza di $\frac{\tau}{|\beta A_v|}$ dove β , $|\beta| \leq 1$ è il *fattore di retroazione* che definiremo più avanti.

2.3.9 Amplificatore in retroazione unitaria positiva

Lo schema circuitale mostrato in Fig. 7, come vedremo, è instabile e l'uscita tende a saturare verso un valore αV_{cc} oppure $-\alpha V_{cc}$, dove $\alpha < 1$, $\alpha \simeq 1$. È presente un meccanismo di retroazione positiva unitaria in quanto il segnale d'uscita è riportato sull'ingresso non invertente con un coefficiente unitario: $v^+ = v_{out}$. L'equazione differenziale che governa il funzionamento del sistema è la (8), dove

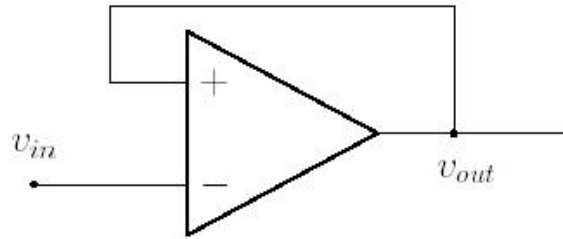


Figura 7: Amplificatore in retroazione positiva (instabile).

l'ingresso vale $u = y - v_{in}$, essendo $v^+ = v_{out} = y$ che può quindi essere riscritta:

$$y + \tau \dot{y} = A_v(y - v_{in}) \quad , \quad (23)$$

da cui:

$$\begin{aligned} (A_v - 1)y - \tau \dot{y} &= A_v v_{in} \\ y - \frac{\tau}{A_v - 1} \dot{y} &= \frac{A_v}{A_v - 1} v_{in} \\ y - \tau'' \dot{y} &\simeq v_{in} \quad , \end{aligned} \quad (24)$$

dove $\tau'' = \frac{\tau}{A_v - 1} \simeq \frac{\tau}{A_v}$. Dalla (24) è evidente che il sistema è instabile. Infatti, anche se $v_{in} \equiv 0$, una condizione iniziale $y(0) = y_0 \neq 0$ porterebbe immediatamente l'uscita a $\pm\infty$, a seconda del segno di y_0 . In realtà l'uscita non può mai superare, in valore assoluto, le alimentazioni del dispositivo e quindi quel che succede in realtà è che viene molto rapidamente raggiunta la condizione di saturazione ad una tensione leggermente minore di V_{cc} in valore assoluto.

¹L'amplificatore operazionale TL 084 ha come valore tipico del guadagno statico $A_v = 2 \times 10^5$

2.3.10 Amplificatore invertente

Il circuito mostrato in Fig.9 è un amplificatore di tensione in configurazione *invertente*. Se v_{in} è un segnale costante (o lentamente variabile nel tempo), a regime sarà $\dot{y} \simeq 0$) quindi si ottiene:

$$y = A_v(v^+ - v^-) = -A_v v^- \quad (25)$$

$$i = \frac{v_{in} - y}{R_1 + R_2} \quad (26)$$

$$v^- = v_{in} - R_1 i = v_{in} - \beta v_{in} + \beta y = (1 - \beta)v_{in} + \beta y \quad (27)$$

$$y = -A_v(1 - \beta)v_{in} - \beta A_v y \quad (28)$$

$$(1 + \beta A_v)y = -(1 - \beta)A_v v_{in} \quad (29)$$

$$y = -(1 - \beta) \frac{A_v}{1 + \beta A_v} v_{in} \simeq -\frac{(1 - \beta)}{\beta} v_{in} = -\frac{R_2}{R_1} v_{in} \quad (30)$$

Dall'equazione (30) è evidente che, purché sia $A_v \gg 1$, il guadagno dell'amplificatore retroazionato $-(1 - \beta) \frac{A_v}{1 + \beta A_v}$ è pressoché indipendente dal guadagno A_v dell'amplificatore in anello aperto.

Applicando l'approssimazione del corto circuito virtuale avremmo immediatamente calcolato:

$$v^+ = v^- = 0 \quad (31)$$

$$i = \frac{v_{in}}{R_1} \quad (32)$$

$$v_{out} = -R_2 i = -\frac{R_2}{R_1} v_{in} \quad (33)$$

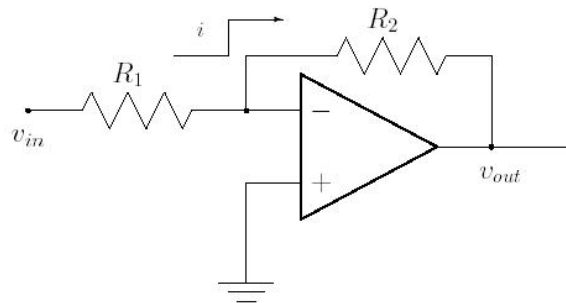


Figura 8: Amplificatore in configurazione invertente.

2.3.11 Amplificatore non invertente

Il circuito mostrato in Fig.9 è un amplificatore di tensione in configurazione *non invertente*. Eseguiamo l'analisi "statica" (il che vuol dire con segnali d'ingresso che siano lentamente variabili nel tempo rispetto alla costante di tempo dell'amplificatore retroazionato che sarà dell'ordine di grandezza di $\frac{\tau}{\beta A_v}$). A regime la corrente che

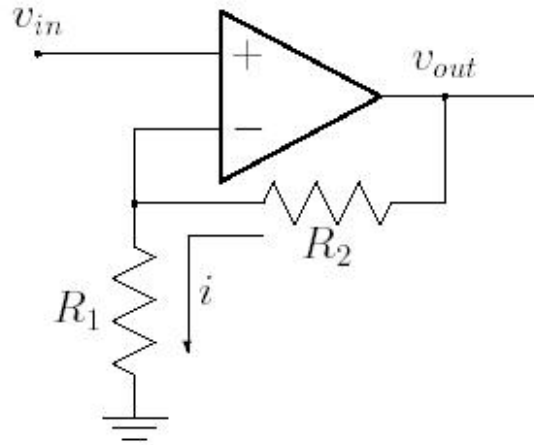


Figura 9: Amplificatore in configurazione non invertente.

circola in R_2 e R_1 vale $i = \frac{v_{out}}{R_1 + R_2}$. La tensione sul morsetto invertente vale quindi $v^- = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{out} = \beta v_{out}$. Varrà la seguente relazione: $v_{out} = A_v(v^+ - v^-) = A_v v_{in} - \beta A_v v_{out}$, da cui $(1 + \beta A_v) v_{out} = A_v v_{in}$, ovvero: $v_{out} = \frac{A_v}{1 + \beta A_v} v_{in} \simeq \frac{1}{\beta} v_{in}$, da cui si evidenzia, ancora una volta, l'indipendenza del guadagno in anello chiuso $\frac{A_v}{1 + \beta A_v}$ dal guadagno d'anello aperto A_v .

L'analisi può ovviamente essere effettuata utilizzando il corto circuito virtuale ottenendo immediatamente:

$$v_{out} = (R_1 + R_2)i = (R_1 + R_2)\frac{v_{in}}{R_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_{in} = \frac{1}{\beta} v_{in} \quad (34)$$

2.3.12 Amplificatore differenziale

Quello mostrato in Fig. 10 è un circuito che permette di amplificare la differenza tra due segnali v_1 e v_2 . Viene utilizzato tutte le volte che il segnale che vogliamo amplificare è la differenza tra due tensioni e non una tensione riferita rispetto a zero (*analog ground*). Ad esempio, la dinamo tachimetrica mostrata in Fig. 1 ha come segnale d'uscita la differenza di potenziale tra i suoi due morsetti. Al fine di sfruttare a pieno la "dinamica" del sensore è opportuno utilizzare un amplificatore differenziale per condizionare il sensore. Eseguiamo l'analisi utilizzando il corto circuito virtuale e il principio di sovrapposizione degli effetti, indicando con $v_{out}|_{v_2=0}$ e $v_{out}|_{v_1=0}$ rispettivamente i contributi di v_1 e v_2 calcolati con l'altro ingresso a massa. L'uscita complessiva sarà la somma dei due contributi:

$$v_{out} = v_{out}|_{v_2=0} + v_{out}|_{v_1=0} \quad (35)$$

Ipotizziamo inizialmente $v_2 = 0$. La tensione sul morsetto non invertente vale $v^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1$. Osserviamo che l'amplificatore si comporta, rispetto a v^+ esattamente come l'amplificatore non invertente descritto nel Par. 2.3.11 e quindi il

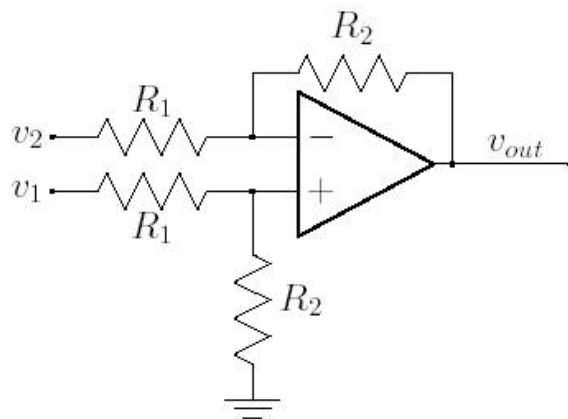


Figura 10: Amplificatore differenziale.

contributo di v_1 all'uscita si calcola come nell'Eq. (34):

$$v_{out}|_{v_2=0} = \frac{1}{\beta} v^+ = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1 = \frac{R_2}{R_1} v_1 \quad (36)$$

Nel caso $v_1 = 0$ osserviamo che nelle due resistenze collegate al morsetto non invertente non può circolare corrente, quindi $v^+ = 0$: ci troviamo in nella configurazione di amplificatore invertente descritta nel Par. 2.3.10 e quindi la relazione ingresso uscita è quella indicata in Eq. (30):

$$v_{out}|_{v_1=0} = -\frac{R_2}{R_1} v_2 \quad (37)$$

Infine:

$$v_{out} = v_{out}|_{v_2=0} + v_{out}|_{v_1=0} = \frac{R_2}{R_1} (v_1 - v_2) \quad (38)$$

2.3.13 Amplificatore differenziale ad alta impedenza d'ingresso

2.3.14 Un diffuso amplificatore operazionale commerciale

In Fig. 12 è mostrata un immagine tratta dal documeto tecnico [1] relativa al diffusissimo amplificatore operazionale TL084. Sullo stesso circuito integrato sono presenti 4 robusti amplificatori operazionali con impedenza d'ingresso molto elevata grazie allo stadio d'ingresso a J-FET. Il costruttore dichiara una resistenza d'ingresso $R_{in} = 10^{12} \Omega$ (*unmillionedimegaohm!!*). Il guadagno in anello aperto (a bassa frequenza) vale circa 2×10^5 , mentre il prodotto guadagno-banda vale $2 \div 3 \text{ MHz}$. Il che vuol dire che l'amplificatore montato in una configurazione a guadagno unitario (esempio buffer) ha una banda passante che supera abbondantemente 1 MHz.

Dati: $R_1 = 10 \text{ K}\Omega$, $R_2 = 40 \text{ K}\Omega$,

a) (3 punti) calcolare il guadagno dell'amplificatore

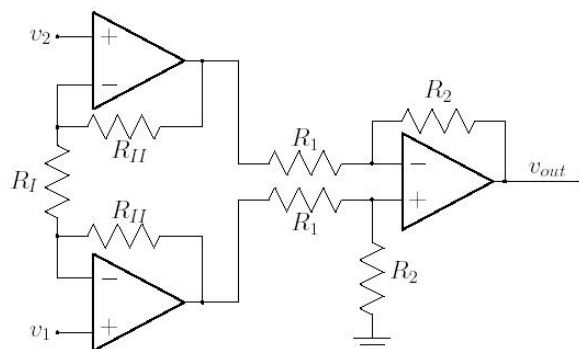


Figura 11: Amplificatore differenziale ad alta impedenza d'ingresso.

- b) (2 punti) secondo l'allieva/o, il circuito è adeguato per amplificare il segnale generato da un sensore di posizione costituito da un potenziometro con resistenza di $R_p = 800\Omega$? SI NO
- c) (5 punti) spiegare la risposta alla domanda precedente

2.4 10 punti

Il circuito mostrato in Fig.13 rappresenta il ponte estensimetrico completo di un sensore di forza ad una componente. Si ipotizza che gli estensimetri siano correttamente montati sullo spring del sensore.

Con seguenti dati:

$V_{cc} = 15V$ tensione di alimentazione del ponte

$R = 800\Omega$ valore nominale di resistenza degli estensimetri

$G = 2.0$ fattore di gauge del materiale degli estensimetri

$\epsilon_{max} = 800\mu\text{strain}$ deformazione massima degli estensimetri con il carico massimo di progetto applicato al sensore

calcolare lo sbilanciamento del ponte $V_1 - V_2$ sotto il carico massimo di progetto nei seguenti casi:

- a) (5 punti) un solo estensimetro sia attivo
- b) (3 punti) due estensimetri siano attivi (mezzo ponte)
- c) (2 punti) tutti i quattro estensimetri siano attivi (ponte intero)

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

| Symbol | Parameter | Value | Unit |
|------------|--|--|-------------------------------------|
| V_{CC} | Supply Voltage - (note 1) | ± 18 | V |
| V_i | Input Voltage - (note 3) | ± 15 | V |
| V_{id} | Differential Input Voltage - (note 2) | ± 30 | V |
| P_{tot} | Power Dissipation | 680 | mW |
| | Output Short-circuit Duration - (note 4) | Infinite | |
| T_{oper} | Operating Free Air Temperature Range | TL084C, AC, BC TL084I, AI, BI TL084M, AM, BM | 0 to 70 -40 to 105 -55 to 125 |
| T_{stg} | Storage Temperature Range | | -65 to 150 |

Notes : 1. All voltage values, except differential voltage, are with respect to the zero reference level (ground) of the supply voltages where the zero reference level is the midpoint between V_{CC}^+ and V_{CC}^- .
 2. Differential voltages are at the non-inverting input terminal with respect to the inverting input terminal.
 3. The magnitude of the input voltage must never exceed the magnitude of the supply voltage or 15 volts, whichever is less.
 4. The output may be shorted to ground or to either supply. Temperature and /or supply voltages must be limited to ensure that the dissipation rating is not exceeded.

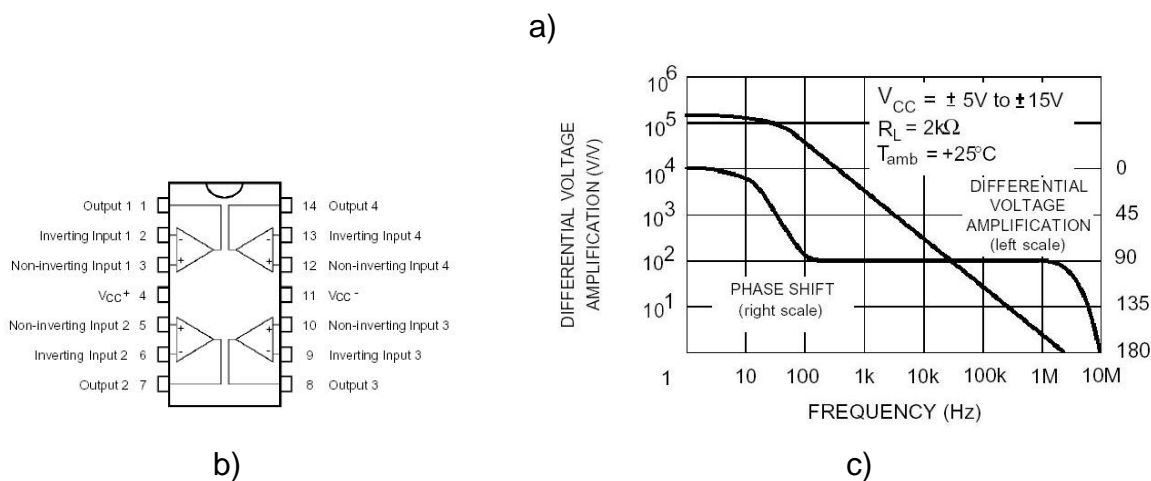


Figura 12: Amplificatore operazionale TL084: a) dati di targa; b) package con quattro amplificatori in un singolo integrato; c) risposta in frequenza (diagrammi Bode in anello aperto).

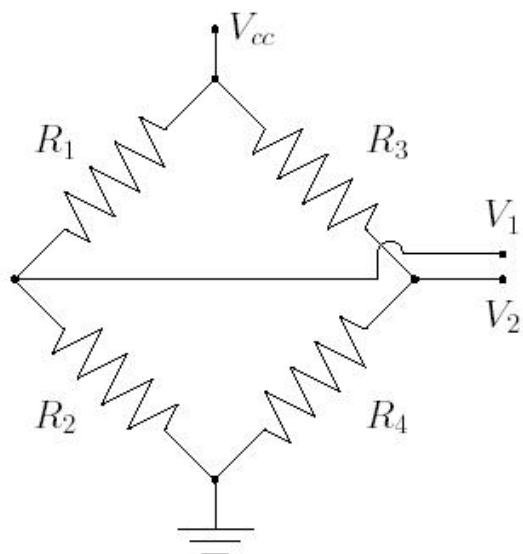


Figura 13: Ponte estensimetrico.

3 Cenni sulle caratteristiche metrologiche dei sensori

Un sensore è un sistema in cui è possibile individuare il *misurando* (ovvero la grandezza da misurare) e la *misura*. Se consideriamo il sensore come un sistema ingresso/uscita allora il misurando sarà l'ingresso u del sistema e la misura sarà l'uscita y . Riportando su un diagramma cartesiano i valori di y ottenuti eseguendo una serie di misure, ripetute più volte al variare del misurando in un intervallo detto *intervallo di misura*, si otterrà una nuvola di punti che definiamo *fascia di valore*, come riportato in figura 14. Supponiamo di suddividere l'intervallo di misura in N punti $u_0, \dots, u_i, \dots, u_{N-1}$ e che siano state effettuate n misure per ogni valore u_i . Indichiamo con y_{ij} la j -esima misura ottenuta in corrispondenza di un valore del misurando pari a u_i . Sul *diagramma di taratura* fornito insieme al sensore, piuttosto che la nuvola di punti, è solitamente riportata la *curva di taratura*, riportata con linea continua in figura 14. La curva di taratura $y = y_{cal}(u_i)$ è ottenuta mediando, per ogni punto u_i dell'intervallo di misura, il valore dell'uscita $y_{cal} = \bar{y}(u_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} y_{ij}$.

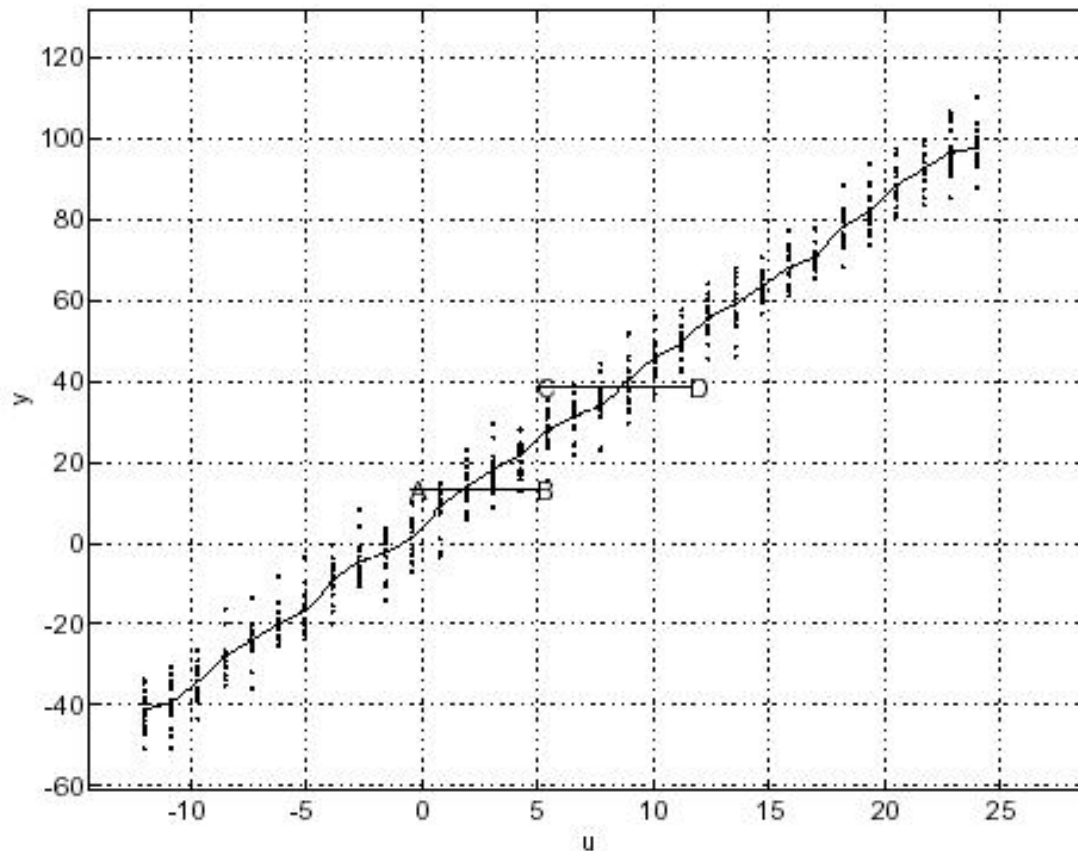


Figura 14: Nuvola di punti ottenuta da una serie di 16 misure effettuate in 32 punti del campo di misura, compreso tra -12 e 24 nelle unità di misura del misurando. La linea spezzata rappresenta la curva di taratura. I punti A, B, C, D, mostrano il concetto di risoluzione del sensore in corrispondenza di un valore del misurando pari a $u = 5$.

3.1 Retta di taratura

Nel caso in cui il sensore abbia un comportamento pressochè lineare, è possibile definire una *costante di taratura* che rappresenta il rapporto tra le variazioni dell'uscita y e le variazioni dell'ingresso u . In questo caso, desiderando trovare la *retta di taratura* del sensore, possiamo utilizzare il metodo dei minimi quadrati. La ricerca della retta dei minimi quadrati può essere fatta o rispetto alla curva di taratura, oppure direttamente rispetto alla nuvola di punti. Se utilizziamo questo secondo metodo bisognerà definire una retta del tipo $y^* = au + b$ e scegliere i valori di a e di b tali da minimizzare la somma degli scarti U :

$$U = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{n-1} (y^* - y_{ij})^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{n-1} (au_i + b - y_{ij})^2 \quad . \quad (39)$$

Al fine di minimizzare U , si eguagliano a zero le sue derivate parziali rispetto ad a e b . Essendo l'operazione di derivazione invariante rispetto alla sommatoria di un numero finito di termini, si ottiene:

$$\frac{\partial U}{\partial a} = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{n-1} 2(au_i + b - y_{ij})u_i = 0 \quad , \quad (40)$$

e

$$\frac{\partial U}{\partial b} = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{n-1} 2(au_i + b - y_{ij}) = 0 \quad . \quad (41)$$

In sostanza si ottiene il seguente sistema lineare di due equazioni in due incognite (a e b):

$$\begin{bmatrix} n \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 & n \sum_{i=0}^{N-1} u_i \\ n \sum_{i=0}^{N-1} u_i & nN \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{n-1} y_{ij} u_i \\ \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{n-1} y_{ij} \end{bmatrix} \quad . \quad (42)$$

Gli allievi possono calcolare, come esercizio, il sistema relativo al caso di una funzione approssimante di tipo parabolico ($y = ax^2 + bx + c$).

3.2 Incertezza di taratura

L'*incertezza di taratura* può essere espressa come massimo scostamento del valore della misura durante le prove di taratura. Tale scostamento massimo può essere espresso come

1. incertezza assoluta;
2. incertezza relativa;
3. incertezza ridotta.

Nel primo caso si fornirà il valore assoluto del massimo scostamento misurato rispetto alla curva di taratura; nel secondo caso (incertezza relativa) si fornirà il massimo scostamento misurato percentuale rispetto alla media, ovvero rispetto alla curva di taratura; nel terzo caso, infine, si fornirà lo scostamento massimo in valore assoluto rapportato ad un estremo del campo di misura (fondo scala).

3.3 Sensibilità (sensitivity)

La sensibilità è una generalizzazione del concetto di costante di taratura per i sensori con comportamento lineare. Essa rappresenta il rapporto $s(u) = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ tra la variazione della misura e la corrispondente variazione del misurando. Tale rapporto non è, ovviamente, costante sul campo di misura per sensori con comportamento spiccatamente non lineare.

3.4 Linearità (linearity)

La linearità di un sensore indica quanto il sensore si discosti o meno da un comportamento lineare. Essa si valuta misurando lo scostamento della curva di taratura rispetto alla retta di taratura calcolata, ad esempio, con il metodo dei minimi quadrati come visto nel paragrafo 3.1. La linearità può ancora essere espressa in modo assoluto, relativo o ridotto come già visto per l'incertezza di taratura.

3.5 Risoluzione (resolution)

La risoluzione di un sensore è la minima variazione da imporre al misurando al fine di ottenere una variazione della misura che superi in ampiezza la fascia di valore. In tal modo è possibile essere certi che una variazione riscontrata sulla misura rispetto ad un valore iniziale dipenda effettivamente da una variazione del misurando e non da fluttuazioni connesse all'incertezza di misura. In figura 14 sono mostrati, in corrispondenza di un certo punto del campo di misura, 4 punti A, B, C, D che servono a definire la risoluzione del sensore in corrispondenza del punto prescelto. La risoluzione può essere definita come il massimo tra i due segmenti AB ed CD.

3.6 Ripetibilità (repeatability)

La ripetibilità esprime l'attitudine del sensore a fornire lo stesso comportamento al passare del tempo. Un sensore con una elevata ripetibilità, in corrispondenza di un certo valore del misurando, tende a fornire quindi misure poco diverse se la prova viene ripetuta più volte. Un sensore ad elevata ripetibilità possiede quindi una fascia di valore "localmente" stretta.

3.7 Isteresi (hysteresis)

L'isteresi è un fenomeno per il quale la curva di taratura ottenuta da un sensore sia sensibilmente diversa a seconda che il misurando venga fatto variare progressivamente dall'estremo inferiore dell'intervallo di misura all'estremo superiore oppure viceversa. Alla curva chiusa costituita dalle due curve ottenute la prima per ingresso crescente tra gli estremi del campo di misura e la seconda per ingresso decrescente, si dà il nome di ciclo di isteresi.

3.8 Accuratezza (accuracy)

L'accuratezza è una misura della precisione assoluta del sensore, confrontato con uno di classe di precisione più elevata e opportunamente certificato in conformità ad apposite norme.

3.9 Stabilità (drift)

La stabilità di un sensore indica l'attitudine di quest'ultimo a fornire la stessa risposta mantenendo costante il misurando. Dato che parecchi tipi di sensori (non di temperatura) sono influenzati dalla variazione della temperatura, vengono indicati dal fornitore il valore della temperatura di prova e la variazione della misura per grado di variazione della temperatura ambiente.

4 Sensori utilizzati nel controllo d'asse

4.1 L'encoder incrementale

L'encoder incrementale è un sensore per la misura di posizione lineare o, più spesso, per la misura di posizione angolare. Il sensore è composto di due parti in moto relativo e fornisce due segnali che, se il movimento relativo delle due parti avviene a velocità costante, sono onde di frequenza costante in quadratura l'una rispetto all'altra, ovvero con uno sfasamento relativo di $1/4$ di periodo. Il numero di periodi per giro dipende dalla risoluzione dell'encoder considerato. Descriveremo in seguito più in dettaglio l'encoder incrementale per misura di posizione angolare.

4.1.1 L'encoder incrementale rotativo

I due segnali in quadratura che denomineremo Ch_A e Ch_B consentono di discriminare la posizione all'interno del periodo. Infatti la codifica dei livelli di verità Ch_A e Ch_B fornisce un numero a due cifre binarie i cui valori possibili sono 00, 01, 10, 11. Chiaramente la sola codifica binaria dei due segnali non consente di sfruttare a fondo il sensore ma serve per spiegare in modo intuitivo, come sia possibile ottenere una risoluzione quattro volte maggiore del numero di periodi per giro.

Il circuito di condizionamento dei segnali dell'encoder è costituito da una rete sequenziale, i cui ingressi sono i due segnali Ch_A e Ch_B , ed un contatore up/down, pilotato dalla rete sequenziale, che serve a fornire, senza ambiguità, la misura corrente rispetto ad un riferimento (ad esempio lo zero) corrispondente all'istante di accensione della macchina oppure al settaggio da parte del sistema di controllo.

Il tipo più elementare di rete sequenziale per encoder incrementale utilizza uno dei due canali in quadratura per rivelare i fronti e l'altro canale per determinare il verso di rotazione e, quindi, per comandare al contatore up/down il verso di conteggio. Per fissare le idee, supponiamo che vengano rivelati i fronti positivi di Ch_A (che indicheremo con il simbolo \uparrow) e venga monitorato il livello logico di Ch_B . A seconda del verso di rotazione, il fronte positivo di Ch_A si verificherà quando $Ch_B = 0$ oppure quando $Ch_B = 1$. La tabella di transizione delle uscite della rete risulterà allora la seguente:

| | $Ch_B = 0$ | $Ch_B = 1$ |
|-------------------|------------------|------------------|
| $Ch_A \uparrow$ | conta DOWN | conta UP |
| $Ch_A \downarrow$ | nessun conteggio | nessun conteggio |

Tabella 1: Tabella di transizione per rete rivelatrice dei fronti d'onda positivi di un solo canale.

In tal modo, la risoluzione dell'encoder risulta essere pari a $\frac{1}{N}$ giri dove N è il numero di periodi per giro. È presente una incertezza di misura pari a più o meno un periodo.

| | $Ch_B = 0$ | $Ch_B = 1$ |
|-------------------|------------|------------|
| $Ch_A \uparrow$ | conta DOWN | conta UP |
| $Ch_A \downarrow$ | conta UP | conta DOWN |

Tabella 2: Tabella di transizione per rete rivelatrice di entrambi i fronti d'onda (positivi e negativi) di un solo canale.

Se il sistema di condizionamento permette di rilevare sia i fronti positivi che quelli negativi di uno dei due canali, come mostrato in Tav. 2, la risoluzione è pari a $\frac{1}{2N}$ giri. Infine, utilizzando entrambi i fronti dei due canali, si ottiene una risoluzione massima pari a $\frac{1}{4N}$.

Esempio 4.1: Un integrato per l'interfacciamento di encoder incrementali: La famiglia di circuiti integrati Hewlett-Packard HCTL20XX [2] comprende tre integrati che servono ad interfacciare un encoder incrementale a due canali ad un microcontrollore o ad un altro sistema digitale. In Fig. 15 è mostrato uno schema funzionale del dispositivo. È possibile riconoscere, a valle di un filtro digitale che riduce i problemi di rumore sui segnali d'ingresso CH A e CH B, la rete sequenziale, denominata "4X DECODE LOGIC," che genera l'uscita di conteggio e il comando up/down per il contatore che segue ovvero il blocco denominato "12/16 BIT BINARY COUNTER."

Operation

A block diagram of the HCTL-20XX family is shown in Figure 6. The operation of each major function is described in the following sections.

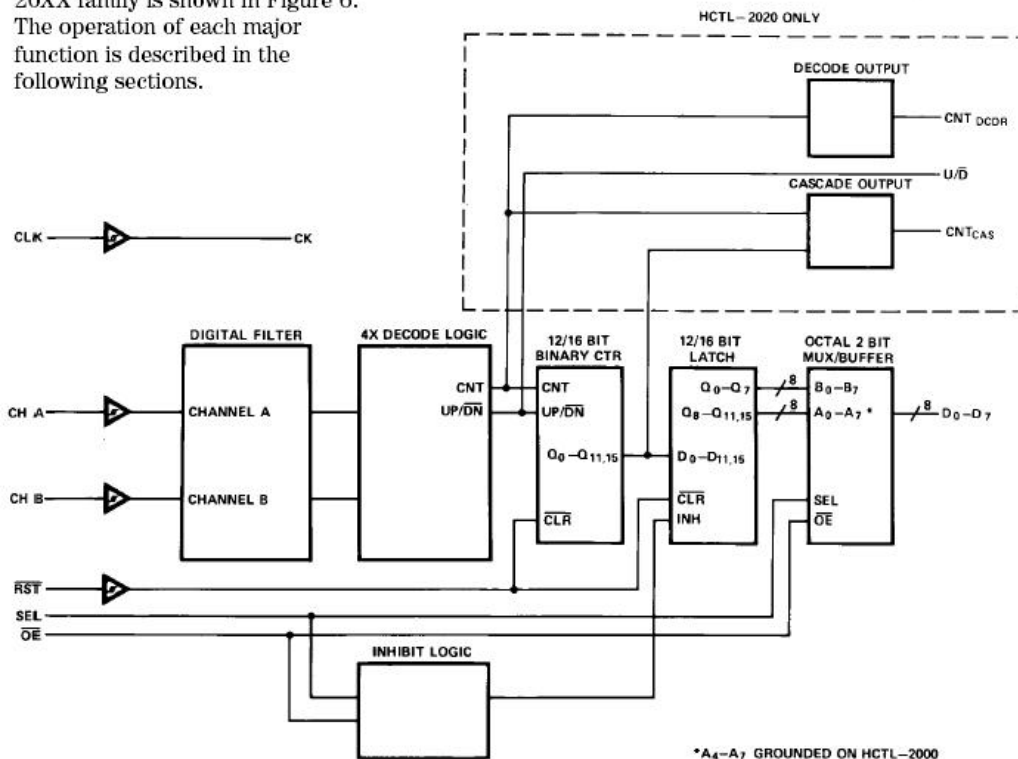


Figura 15: Schema funzionale della famiglia di integrati HCTL-20XX per l'interfacciamento di encoder incrementali.

4.1.2 Metodi di calibrazione iniziale

4.1.2.1 Fine corsa

4.1.2.2 Impulso indice

4.1.2.3 Sensore assoluto a bassa risoluzione sull'asse lento

4.2 Encoder assoluto

L'encoder assoluto si differenzia da quello incrementale per il fatto di avere delle serie di fessure, disposte su circonferenze diverse, che permettono di discriminare la posizione assoluta del disco dell'encoder. Ad puro titolo esemplificativo, si consideri un disco su cui siano presenti fessure disposte su 4 circonferenze come mostrato in Fig. 16. Utilizzando 4 coppie LED fotodiodo è possibile cod-

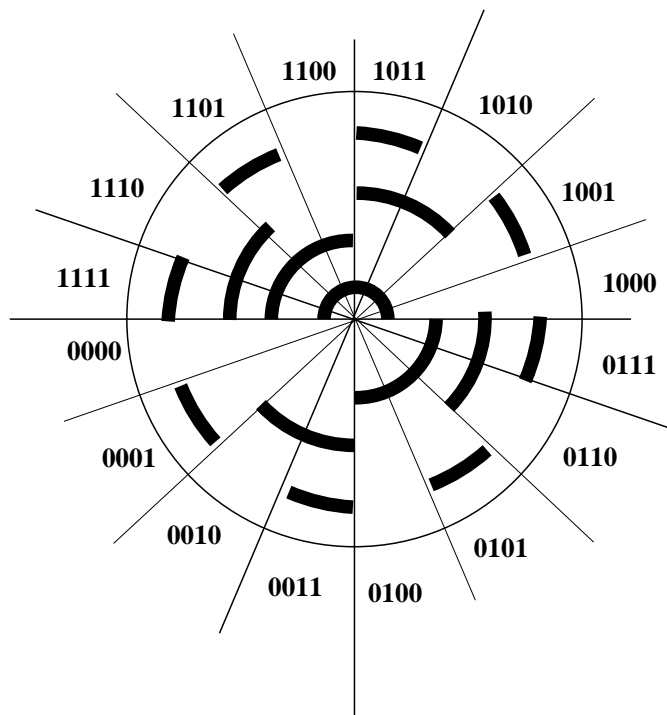


Figura 16: Schema di principio di un disco per encoder assoluto.

ificare la posizione del disco su 4 bit, ottenendo così una risoluzione di 1/16 di giro. In realtà, al fine di evitare problemi dovuti all'incertezza che può nascere quando cambiano contemporaneamente di stato 2 o più bit, la codifica della posizione viene fatta con il codice Gray che permette di far sì che venga modificato un bit per volta: la disposizione delle fessure è quindi diversa da quella mostrata in figura. Precisamente, utilizzando una codifica (tipo quella Gray), in cui le fessure sono praticate sul disco in modo da ottenere la transizione di un solo bit nel

passaggio da un settore ad un altro. Ad esempio la sequenza sotto descritta è adatta allo scopo:

0000
0001
0011
0010
0110
0111
0101
0100
1100
1101
1111
1110
1010
1011
1001
1000

4.3 Dinamo tachimetrica

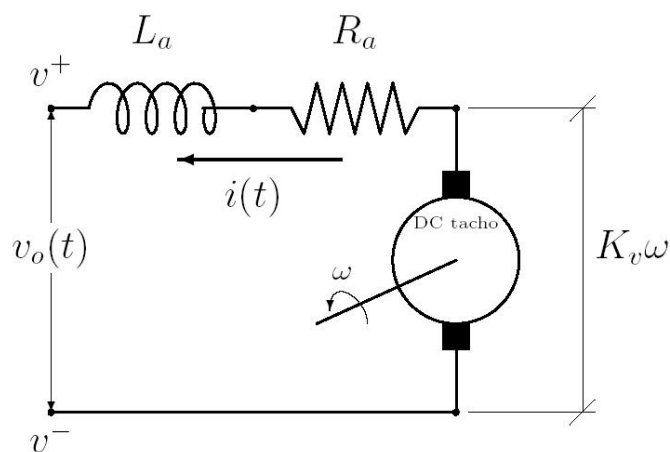


Figura 17: Dinamo tachimetrica.

La dinamo tachimetrica, mostrata schematicamente in Fig. 17 è un sensore di velocità spesso utilizzato in combinazione con servomotori DC brushed. La dinamo è in realtà essa stessa una macchina a corrente continua ad eccitazione permanente. In questo caso, però, si considera come grandezza di ingresso la velocità angolare e come uscita la tensione d'armatura. Con riferimento all'equazione (82) che descrive il comportamento elettrico del motore, se

facciamo sì che la corrente d'armatura I_a sia piccola e che anche l'induttanza d'armatura sia piccola, si ottiene essenzialmente una proporzionalità tra velocità angolare e tensione d'armatura espressa dalla costante di velocità k_v . Al fine di ridurre la corrente circolante nella dinamo, l'impedenza d'ingresso dell'amplificatore utilizzato per condizionare il segnale d'uscita deve essere molto elevata rispetto a quella del motore.

5 Potenzimetro (servopotenzimetro)

Il potenziometro è un dispositivo elettrico passivo la cui resistenza può essere fatta variare in dipendenza da un ingresso meccanico come lo spostamento di un cursore o la rotazione di una manopola. Con riferimento alla schema di Fig. 18, la resistenza R_{AC} tra i punti A e C di figura è una frazione della resistenza totale

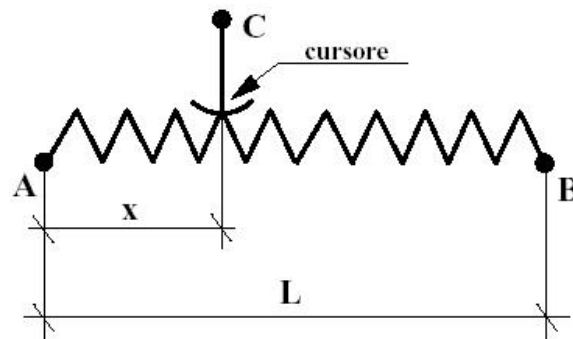


Figura 18: Schema di un potenziometro lineare.

del potenziometro R_{AB} e precisamente:

$$R_{AC} = \frac{R_{AB}}{L} x \quad . \quad (43)$$

Esiste quindi una proporzionalità tra la resistenza R_{AC} e la posizione del cursore x . I potenziometri esistono anche in versione circolare ad uno o più giri.

Il Potenzimetro viene alimentato con una tensione continua tra i punti A e B e la tensione tra i punti A e C con un opportuno amplificatore. È importante che l'amplificatore utilizzato per condizionare il segnale del potenziometro abbia un'impedenza d'ingresso elevata rispetto a quella del potenziometro al fine di mantenere la desiderata proporzionalità tra segnale d'uscita e posizione del cursore.

6 Resolver

Il resolver è un trasduttore di tipo elettromagnetico costituito da uno statore ed un rotore entrambi avvolti. Lo statore ha un avvolgimento sinusoidale a due fasi mentre il rotore ha anch'esso un avvolgimento sinusoidale monofase. Se, tramite

spazzole o diverso accorgimento, si energizza il rotore con una tensione sinusoidale, le tensioni istantanee sulle due fasi statoriche saranno date da:

$$v_A(t) = k \cos \theta \cos \omega t \quad (44)$$

$$v_B(t) = k \sin \theta \cos \omega t \quad , \quad (45)$$

dove θ è l'angolo del rotore rispetto allo statore. In termini di valore efficace delle due tensioni statoriche si ha, quindi, una proporzionalità rispetto al valore assoluto del seno ed del coseno dell'angolo del rotore θ . Misurando i valori efficaci delle tensioni statoriche e utilizzando un PSD (Phase Sensitive Device) che permetta di riconoscere la fase dei segnali statorici rispetto al quello rotorico, si ottiene l'informazione necessaria a ricostruire il seno ed il coseno con i segni corretti. Per evitare gli attriti dovuti alla presenza delle spazzole, esiste l'esecuzione brushless resolver nella quale è presente un trasformatore ad avvolgimenti coassiali all'asse del rotore che permette di energizzare il rotore nel modo desiderato. Infatti il primario è solidale allo statore mentre il secondario è solidale al rotore e collegato alla fase rotorica.

7 Sensori di forza estensimetrici

Il principio di funzionamento di un sensore di forza (coppia) si basa su una misura indiretta: la forza da misurare viene, in genere, ricavata a partire dalla deformazione elastica lineare indotta dalla forza da misurare su di un elemento strutturale del sensore detto “spring” (= molla). La deformazione dello spring viene valutata mediante misure di deformazione superficiale o di spostamento relativo tra due punti della struttura.

Nei sensori a misura di spostamento, la deformazione dello spring viene effettuata mediante sensori di tipo induttivo oppure di tipo ottico.

I sensori a misura di deformazione superficiale permettono in genere di mantenere rigida e compatta la struttura meccanica a parità di sensibilità. Infatti è possibile progettare uno spring molto rigido e sufficientemente robusto che possieda zone ad elevata deformazione superficiale. Nelle zone ad elevata deformazione vengono incollati gli estensimetri. In questo capitolo tratteremo esclusivamente i sensori di forza/coppia di tipo estensimetrico.

I sensori basati su misure di deformazione superficiale possono essere realizzati con estensimetri a semiconduttore oppure con estensimetri metallici e vengono per questo detti estensimetrici.

La variazione di resistenza di un estensimetro è proporzionale alla deformazione superficiale nella direzione dell'asse principale dell'estensimetro.

La variazione di resistenza viene misurata tramite circuiti a ponte di Wheatstone completo o a mezzo ponte.

La resistenza di un estensimetro, oltre che dalla deformazione assiale dipende dalla temperatura e, quindi, un aspetto molto importante da tener presente nella scelta o nella progettazione di un sensore di forza estensimetrico è l'intervallo di temperatura nel quale esso deve funzionare.

Il parametro che esprime la sensibilità di un estensimetro è il “gauge factor” G , definito come segue

$$\frac{\Delta R}{R} = G \epsilon \quad , \quad (46)$$

dove $\frac{\Delta R}{R}$ è la variazione normalizzata della resistenza R dell'estensimetro e ϵ è la deformazione misurata nella direzione principale dell'estensimetro.

Il significato fisico del gauge factor è chiarito nella trattazione che segue. La resistenza di un conduttore ohmico può essere espressa utilizzando la legge sperimentale che esprime la resistenza in funzione delle dimensioni del conduttore, nota anche come seconda legge di Ohm:

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad , \quad (47)$$

dove ρ è una costante detta resistività caratteristica del materiale considerato, l è la lunghezza del conduttore e s è l'area della sezione.

Il differenziale della resistenza può essere espresso in funzione delle tre variabili ρ , l , s di cui R è funzione:

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial s} ds = \frac{l}{s} d\rho + \frac{\rho}{s} dl - \rho \frac{l}{s^2} ds \quad . \quad (48)$$

Utilizzando l'Eq. (47) e la (48), si può esprimere il rapporto $\frac{\Delta R}{R}$ come segue:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta s}{s} \quad (49)$$

Il termine $\frac{\Delta l}{l}$ corrisponde alla deformazione lineare ϵ e possiamo quindi calcolare l'espressione del rapporto $\frac{\frac{\Delta R}{R}}{\epsilon}$:

$$G = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\epsilon} = \frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\epsilon} + 1 - \frac{\frac{\Delta s}{s}}{\epsilon} \quad (50)$$

Il rapporto $\frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\epsilon}$ è caratteristico del materiale ed esprime la variazione di resistività conseguente ad uno stato di deformazione. Il rapporto $\frac{\frac{\Delta s}{s}}{\epsilon}$ può invece essere facilmente espresso in funzione del modulo di Poisson ν . Una contrazione laterale $\nu\epsilon$ produce infatti, in una sezione rettangolare di dimensioni $b \times h$, una strizione normalizzata pari a:

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{b(1 - \nu\epsilon)h(1 - \nu\epsilon) - bh}{bh} = -2\nu\epsilon + (\nu\epsilon)^2 \simeq -2\nu\epsilon \quad (51)$$

Sostituendo nella (50) il risultato ottenuto, si ottiene infine:

$$G = \frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\epsilon} + (1 + 2\nu) \quad (52)$$

Negli estensimetri metallici il termine $\frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\epsilon}$ che compare nell'Eq. (52) influisce, in genere, abbastanza poco, mentre il modulo di Poisson ν vale circa 0.4 e, quindi, si ha $G \simeq 2.0$. Negli estensimetri a semiconduttore, invece, la variazione di resistività dipende molto dallo stato di deformazione e G risulta di almeno un ordine di grandezza superiore rispetto agli estensimetri metallici.

Negli estensimetri a semiconduttore si ha una maggiore dipendenza del comportamento dalla temperatura e la compensazione in temperatura deve quindi essere molto accurata. Per facilitare la compensazione, si può utilizzare un sensore di temperatura che, sulla base di un modello del sensore di forza, aiuti a compensare la misura.

In applicazioni molto spinte dal punto di vista dell'escursione di temperatura (ad esempio robot spaziali per missioni esterne), è preferibile utilizzare estensimetri metallici, in modo da rendere meno critico il problema della compensazione in temperatura. Inoltre, nelle missioni spaziali esterne, il problema della compensazione in temperatura è aggravato dai gradienti termici presenti nella struttura del sensore e la compensazione dovrebbe quindi essere diversa per ognuno degli estensimetri utilizzati. Se esiste l'eventualità che una parte del sensore si trovi al sole ed una parte sia in ombra, un eventuale sensore di temperatura dedicato alla compensazione non sarebbe sufficiente.

Gli estensimetri hanno i seguenti campi di utilizzo:

- a semiconduttore $\epsilon_{\max} < 60 \div 300 \mu\text{strain}$;
- metallici $\epsilon_{\max} < 1000 \div 1500 \mu\text{strain}$.

Per confrontare nella medesima applicazione l'utilizzo di estensimetri metallici o a semiconduttore, supponiamo di avere due estensimetri con le seguenti caratteristiche:

1. a semiconduttore $\epsilon_{\max} = 300 \mu\text{strain}$, $G = 155$ $R_{\text{nom}} = 1000\Omega$;
2. metallico $\epsilon_{\max} = 1500 \mu\text{strain}$, $G = 2.1$ $R_{\text{nom}} = 350\Omega$;

Supponendo di montare i due estensimetri in punti dello spring tali da ottenere la deformazione massima ammissibile sotto l'azione del carico massimo, la variazione di resistenza vale nei due casi:

$$\left. \frac{\Delta R}{R} \right|_{\max} = G\epsilon_{\max} = \begin{cases} 155 \times 300 \mu\text{strain} = 46.5 \times 10^{-3} = 4.65\% & \text{semicond.} \\ 2.1 \times 1500 \mu\text{strain} = 3.15 \times 10^{-3} = 0.315\% & \text{metallico} \end{cases} \quad (53)$$

Nel caso considerato, l'estensimetro a semiconduttore consente quindi di ottenere una variazione di resistenza normalizzata pari a circa 15 volte quella dell'estensimetro metallico. Ciò ha notevoli vantaggi dal punto di vista del rumore in quanto l'amplificazione richiesta è tanto più piccola tanto più forte è il segnale da amplificare (in questo caso lo sbilanciamento del ponte per la misura di ΔR).

In generale, la dinamica $\left. \frac{\Delta R}{R} \right|_{\max}$ di un estensimetro a semiconduttore, risultante dal prodotto del fattore di gage per la deformazione massima ammissibile, risulta più di un ordine di grandezza maggiore di quella di un estensimetro metallico. La maggiore sensibilità degli estensimetri a semiconduttore permette di ottenere, a parità di segnale utile, uno spring molto più rigido: questo può avere vantaggi dal punto di vista delle potenziale vibrazioni legate alla cedevolezza dello spring.

7.1 Calcolo dello sbilanciamento in un ponte di Wheatstone

La tensione di uscita del ponte V , pari a $V_1 - V_2$ (vedi Fig. 19) può essere calcolata come segue:

$$V = V_1 - V_2 = R_2 I_1 - R_4 I_2 \quad , \quad (54)$$

dove I_1 e I_2 sono le correnti che scorrono in R_2 e R_4 rispettivamente. Se si fa l'ipotesi che la misura di V sia effettuata con un amplificatore differenziale avente *impedenza d'ingresso infinita*, il calcolo di I_1 e I_2 è banale:

$$I_1 = \frac{V_{cc}}{R_1 + R_2} \quad (55)$$

$$I_2 = \frac{V_{cc}}{R_3 + R_4} \quad , \quad (56)$$

da cui, sostituendo nella (54):

$$V(R_1, R_2, R_3, R_4) = R_2 \frac{V_{cc}}{R_1 + R_2} - R_4 \frac{V_{cc}}{R_3 + R_4} \quad (57)$$

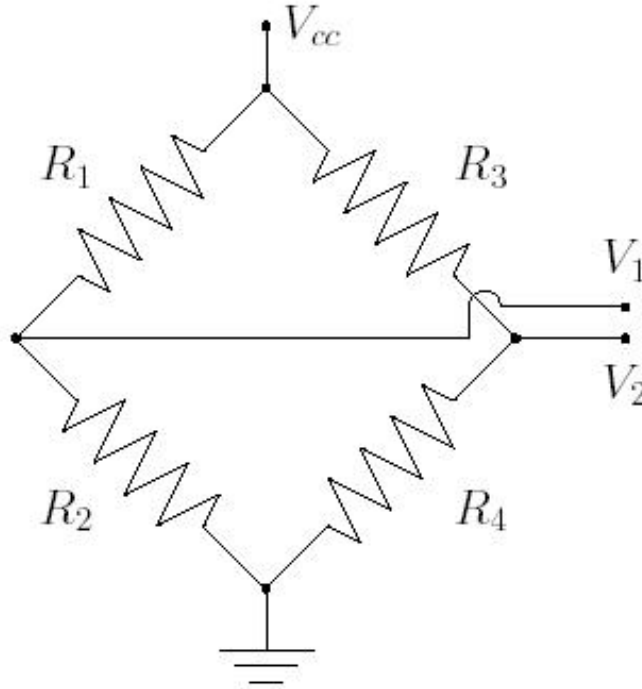


Figura 19: Circuito a ponte per la misura di variazioni di resistenza.

Se tutti i resistori hanno resistenza pari al valore nominale R , la tensione di uscita è nulla. Se invece i resistori hanno resistenza diversa, cioè esistono dei piccoli scostamenti ΔR_i , $i = 1, \dots, 4$, allora si può calcolarne l'effetto con una linearizzazione, facendo uno sviluppo in serie di Taylor della (57):

$$V \simeq V|_{R_i=R} + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial V}{\partial R_i} \Delta R_i \quad . \quad (58)$$

Sviluppando le derivate che compaiono nella (58) e tenendo conto che $V|_{R_i=R} = 0$, si ottiene:

$$\begin{aligned} V &\simeq V_{cc} \left(\frac{-R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Big|_{R_i=R} \Delta R_1 + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \Big|_{R_i=R} \Delta R_2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{R_4}{(R_3 + R_4)^2} \Big|_{R_i=R} \Delta R_3 + \frac{-R_3}{(R_3 + R_4)^2} \Big|_{R_i=R} \Delta R_4 \right) \\ &= \frac{V_{cc}}{4R} (\Delta R_2 + \Delta R_3 - \Delta R_1 - \Delta R_4) \end{aligned} \quad (59)$$

La variazione ΔR_i di una qualsiasi delle resistenze del ponte rispetto al valore nominale $R_i = R$, causa uno sbilanciamento del ponte pari, in modulo, a $V_{cc} \frac{\Delta R_i}{4R}$. La formula (59) può essere utilizzata sia come modello di misura che per valutare lo sbilanciamento iniziale dovuto a tolleranze dei resistori o variazioni di temperatura non uniformi dei vari resistori. Distinguendo lo sbilanciamento del ponte in 2 parti, una dipendente dalla deformazione dello spring ed una dipendente dalle tolleranze di valore dei resistori e da altri fattori come la temperatura, si può

scrivere:

$$V = \frac{V_{cc}}{4} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\Delta R_{i0}}{R} + \frac{\Delta R_{i\epsilon}}{R} \right) , \quad (60)$$

dove $\Delta R_{i\epsilon}$ e ΔR_{i0} sono, rispettivamente le variazioni rispetto al valore nominale dovute alle deformazioni dello spring e quelle determinate da altri fattori. Definendo $V_0 = \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta R_{i0}}{R}$, si ottiene:

$$V = V_0 + \frac{V_{cc}}{4} \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta R_{i\epsilon}}{R} . \quad (61)$$

V_0 è detta tensione di offset.

7.2 Collocazione e collegamento degli estensimetri

La collocazione degli estensimetri sullo spring e il loro collegamento al ponte di misura viene effettuata sulla base di considerazioni riguardanti:

- la sensibilità del sensore;
- la capacità di compensare variazioni di temperatura;
- la capacità di reiezione di disturbi (componenti di forza/coppia che non si desiderano misurare).

Per avere una buona sensibilità, bisogna che gli estensimetri siano utilizzati ai limiti della loro dinamica (e quindi in modo da essere sollecitati in prossimità del carico di snervamento quando sullo spring è applicato un multiplo del carico massimo di specifica secondo un opportuno coefficiente di sicurezza). Diventa allora necessario predisporre dei meccanismi di protezione rispetto ai carichi accidentali agenti sullo spring. In Fig. 20 sono mostrati degli accorgimenti di progettazione che assicurano una certa protezione dai sovraccarichi per due diverse configurazioni di spring. In Fig. 20.a uno spring a trave sfinestrata (ne esamineremo in seguito il funzionamento) viene protetto tramite un accoppiamento foro/perno (overload pin) con gioco radiale δ che limita la deformazione della trave. In Fig. 20.b, una battuta limita la deformazione dello spring.

Se si realizza uno spring mediante una trave a mensola sollecitata a taglio dalla forza che si vuole misurare, come mostrato in Fig. 21, è opportuno montare gli estensimetri in prossimità della sezione di incastro. Montandone uno sul lato teso ed uno sul lato compresso della trave, si ottiene un raddoppio della sensibilità del sensore (rispetto alla soluzione con un solo estensimetro attivo), come si può facilmente verificare utilizzando la (61). Il collegamento degli estensimetri va effettuato come in Fig. 22. Con tale montaggio si ottiene un interessante effetto di reiezione del disturbo di trazione. Infatti, se viene applicata una forza di trazione N come mostrato in Fig. 21, le variazioni di resistenza degli estensimetri saranno uguali e non produrranno sbilanciamento del ponte. È facile verificare, invece, che il momento flettente agente nel piano contenente l'asse della trave e la forza

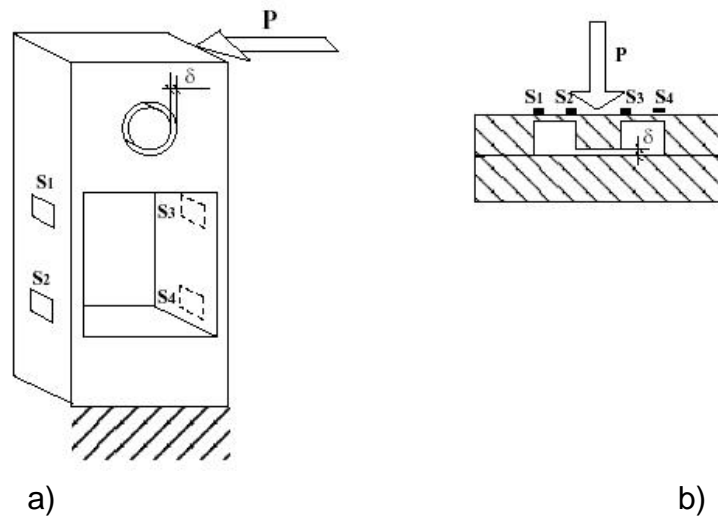


Figura 20: Esempi di dispositivi di protezione dai sovraccarichi.

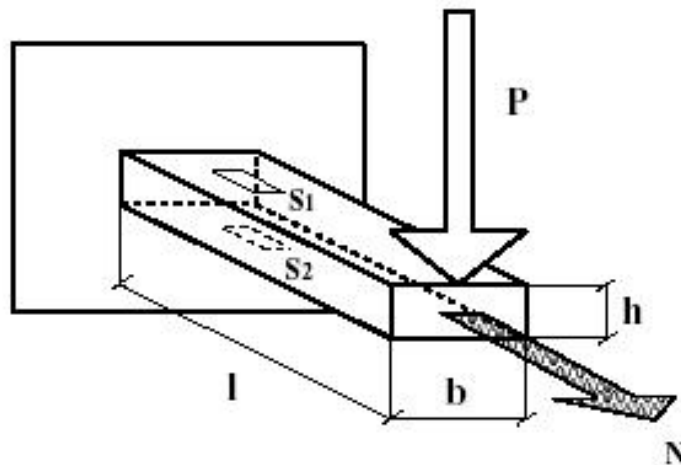


Figura 21: Disposizione degli estensimetri su uno spring a mensola

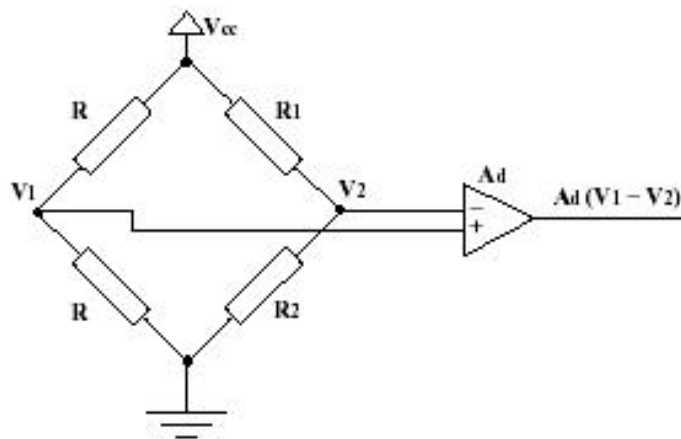


Figura 22: Collegamento al ponte per il sensore con spring a mensola con due estensimetri di Fig. 21.

tagliante P non viene reiettato in alcun modo. In altre parole, non c'è modo di distinguere se un determinato sbilanciamento del ponte è determinato dalla forza da misurare P o dal momento flettente. Il montaggio di due estensimetri appartenenti allo stesso semiponte in zone che hanno la stessa temperatura assicura anche una reiezione dei disturbi dovuti a variazioni di temperatura. Infatti una variazione identica di temperatura darà la stessa variazione di resistenza sugli estensimetri e non sbilancerà il ponte. Se però sulla struttura dello spring esistono forti gradienti di temperatura, è opportuno predisporre accorgimenti per la compensazione della temperatura. Uno di questi accorgimenti è il montaggio di estensimetri passivi come mostrato in Fig. 23: l'estensimetro S_1 serve per la misura, mentre l'estensimetro S_2 subisce, essendo molto vicino, le stesse variazioni di temperatura di S_1 .

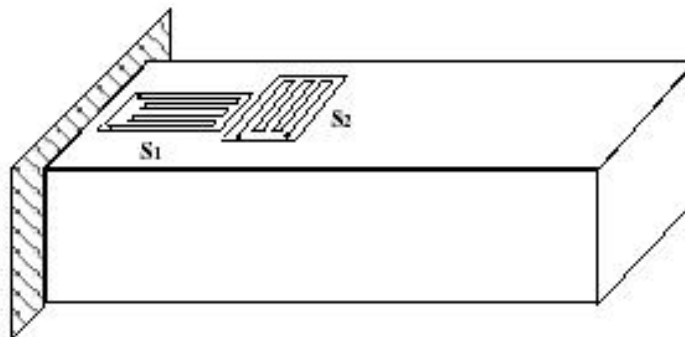


Figura 23: Montaggio di un estensimetro di compensazione.

Per ovviare al problema della reiezione di disturbi a momento flettente, è possibile utilizzare la configurazione di spring a trave “sfinestrata” mostrata in Fig. 24. Si tratta di mensole molto rigide a momento flettente e molto cedevoli a taglio.

Queste caratteristiche di deformabilità si ottengono praticando sulla mensola un'apertura che, in pratica, elimina l'anima su una lunghezza l e per un'altezza h . In cor-

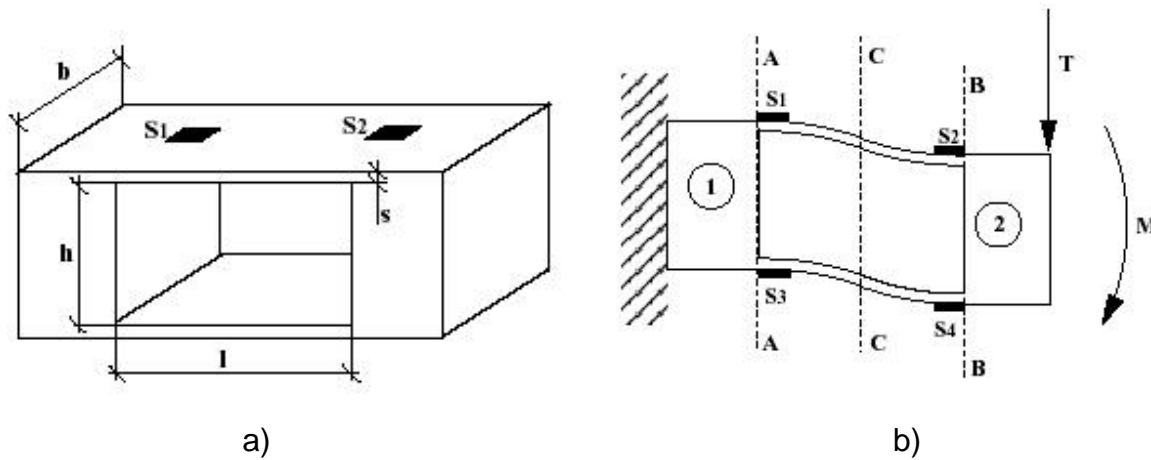


Figura 24: a) Spring a trave sfinestrata; b) posizione degli estensimetri.

rispondenza della sezione BB il taglio vale T e si suddivide sull'ala superiore e su quella inferiore in modo proporzionale alle rispettive rigidezze. Se lo spessore delle due ali è uguale e pari a s , su ognuna di esse si avrà una forza tagliante $\frac{T}{2}$. Essendo le porzioni 1 e 2 indicate in figura di cedevolezza trascurabile rispetto alla parte sfinestrata, e trascurando l'effetto delle sollecitazioni di trazione compressione sulle ali, si giunge alla conclusione che la sezione BB scorre parallelamente alla AA e la deformata è del tipo mostrato in Fig. 24.b. Con considerazioni sul momento flettente indotto dal taglio $T/2$ su ognuna delle ali, si può calcolare la sollecitazione ϵ_{zz} in uno dei punti di incollaggio degli estensimetri, ad esempio S_1 . Con riferimento alla Fig. 25, la sollecitazione sull'estensimetro S_1 dovuta alla

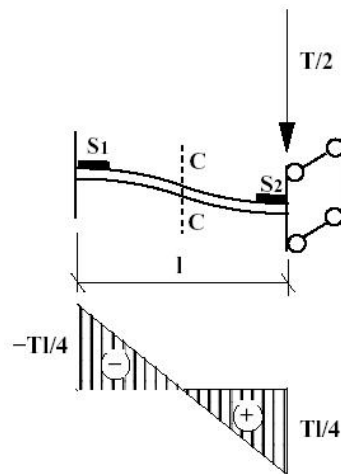


Figura 25: Modello dell'ala superiore della finestra.

sollecitazione di taglio T si può calcolare come segue:

$$\epsilon_T = \frac{\sigma_T}{E} = \frac{M y_{max}}{EJ} = \frac{\frac{-Tl}{4} \frac{s}{2}}{\frac{1}{12} b s^3 E} = -\frac{3}{2} \frac{Tl}{E b s^2} \quad (62)$$

Per verificare l'effetto di reiezione del disturbo di momento flettente, confrontiamo la sollecitazione ϵ_T con quella dovuta ad un momento flettente agente sulla trave sfinestrata. Su ognuna delle due ali si avrà all'incirca una sollecitazione normale pari, in modulo, a $\frac{M}{h+s} \simeq \frac{M}{h}$. Sull'ala superiore avremo, quindi, una sollecitazione di trazione, indotta dal momento: σ_M :

$$\sigma_M = \frac{N}{A} = \frac{M}{hbs} \quad , \quad (63)$$

a cui corrisponde una deformazione ϵ_M :

$$\epsilon_M = \frac{\sigma_M}{E} = \frac{M}{Ehbs} \quad . \quad (64)$$

Supponendo che $h > 10s$, otteniamo che:

$$\epsilon_M < \frac{M}{10EBs^2} \quad , \quad (65)$$

quindi, per ottenere lo stesso livello di sollecitazione, bisogna che $M > 15Tl$.

Il collegamento a ponte degli estensimetri sullo spring a trave sfinestrata consente di avere un ulteriore effetto di reiezione del disturbo di momento flettente. Infatti, quando S_1 e S_4 sono in trazione, S_2 e S_3 sono in compressione; il montaggio da fare è allora quello mostrato in Fig. 26.

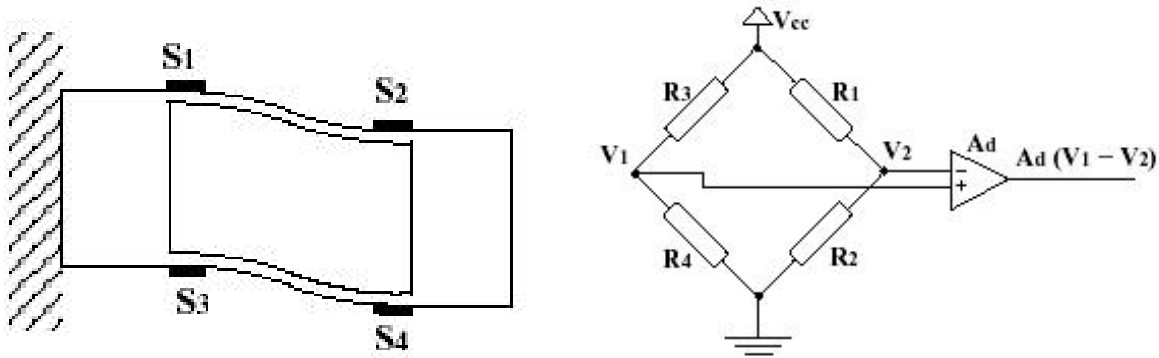


Figura 26: Montaggio a ponte degli estensimetri in uno spring a trave sfinestrata.

In tal modo un'eventuale sollecitazione di momento flettente non sbilancia il ponte perchè sugli estensimetri S_1 e S_2 si verifica una deformazione uguale che fa sì che V_2 rimanga uguale; lo stesso accade per gli estensimetri S_3 e S_4 . In caso di sollecitazione di trazione, invece, tutti gli estensimetri subiscono la stessa deformazione e quindi non si ha sbilanciamento del ponte.

L'esecuzione della finestra in una trave richiede l'uso della tecnologia di elettroerosione. In alternativa è sovente utilizzata una realizzazione molto più economica mediante due fori collegati da un taglio come mostrato in Fig. 27. Qualitativamente l'effetto è simile a quello descritto per la trave ad apertura rettangolare ma la modellazione non è semplice come in quel caso e deve essere fatta con programmi agli elementi finiti solidi.

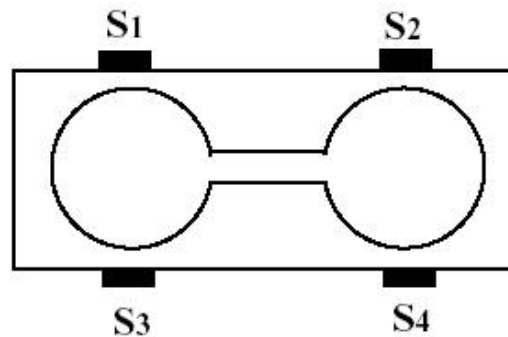


Figura 27: Spring a trave sfinestrata a geometria semplificata.

7.3 Sensori a più componenti

Quando si desidera misurare più di una componente di forza/coppia bisogna realizzare uno spring capace di deformarsi in modo considerevole in corrispondenza di vari punti di misura delle deformazioni superficiali.

7.4 Tipologie di sensori di forza utilizzati in robotica

I seguenti tipi di sensori di forza trovano applicazione in robotica:

- Sensori a una componente di forza: semplici organi di presa robotici o protesici, sensori di giunto su attuatori lineari, sensori di giunto su trasmissioni a cavo o a cinghia.
- Sensori ad una componente di coppia: sensori di giunto su attuatori rotanti.
- Sensori a tre componenti di forza: organi di presa a ganasce.
- Sensori di forza a 6 componenti: sensorizzazioni di “polso”, piattaforme sensorizzate, falangi di mani robotiche (es: U.B. Hand).

L'unica tipologia di sensori di forza per robotica in cui si è giunti ad una certa standardizzazione è quella dei sensori a 6 componenti per sensorizzazioni di polso. In questa fascia c'è una discreta disponibilità di prodotti commerciali. Negli altri casi è richiesta in genere una progettazione personalizzata per problemi di ingombro o di compatibilità con altri elementi della macchina.

Per applicazioni diverse dalla robotica, esistono un gran numero di sensori di forza, denominati anche celle di carico, a 1 o più componenti.

7.5 Un esercizio...

La trave incastrata mostrata in Fig. 28 viene utilizzata come elemento deformabile (spring) di un trasduttore di forza. A tale scopo, in prossimità della sezione di incastro, posta ad una distanza l dal punto di applicazione della forza P , vengono montati due estensimetri contrapposti uguali di resistenza nominale R . I due estensimetri vengono collegati in modo da formare un mezzo ponte di Weathstone.

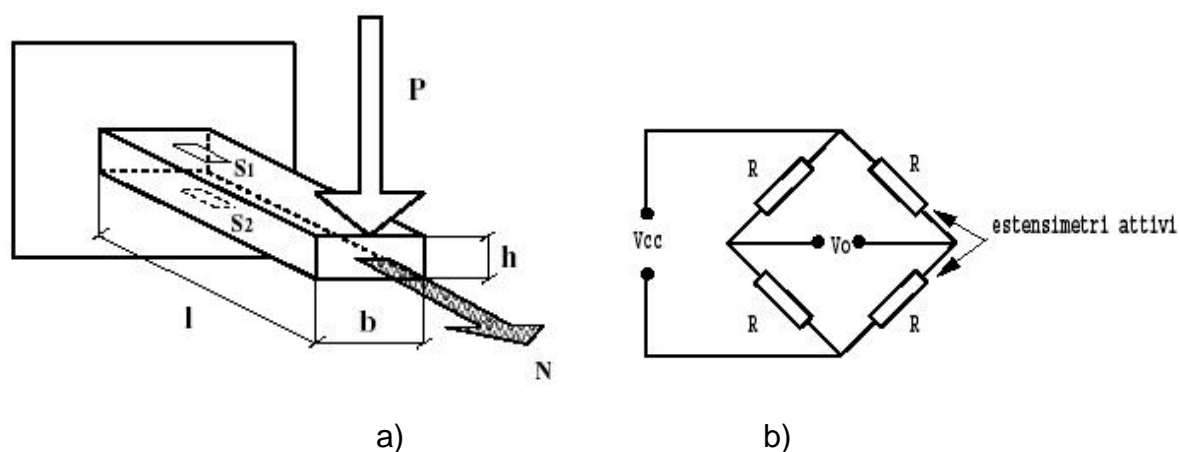


Figura 28:

Dopo aver verificato se il materiale della trave rimanga o meno in zona elastica sotto l'azione del carico massimo P_{\max} , calcolare:

1. la deformazione superficiale nelle zone di incollaggio degli estensimetri sotto l'azione del carico massimo P_{\max} ;
2. la variazione percentuale di resistenza nei due estensimetri attivi;
3. la tensione di uscita di progetto v_o del ponte sotto l'azione del carico massimo P_{\max} .

Dati utili (ed inutili):

- $[E]$ modulo elastico del materiale 210000 N/mm^2
- $[\sigma_e]$ tensione (sforzo) di snervamento 500 N/mm^2
- $[G]$ fattore di gauge 2
- $[R]$ resistenza nominale degli estensimetri 120Ω
- $[P_{\max}]$ carico massimo 10 N
- $[V_{cc}]$ tensione (voltaggio) di alimentazione 15 V
- $[l]$ lunghezza di inflessione 100 mm
- $[b]$ larghezza sezione 5 mm
- $[h]$ altezza sezione 2 mm

Soluzione

1. La tensione massima nella sezione di incastro vale:

$$\sigma_{\max} = \frac{P_{\max} l \frac{h}{2}}{J} = \frac{P_{\max} l \frac{h}{2}}{\frac{1}{12} b h^3} = \frac{6l}{b h^2} P_{\max} = \frac{6 \times 100 \times 10}{5 \times 2^2} = 300 \text{ N/mm}^2, \quad (66)$$

La trave quindi non si snerva in quanto la tensione massima nella zona più sollecitata (incastro) è inferiore alla tensione di snervamento del materiale σ_e , pari a 500 N/mm².

2. La deformazione massima è data da:

$$\epsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E} = \frac{300}{210000} = 0.001428 = 1428 \mu\text{strain}. \quad (67)$$

3. La variazione percentuale di resistenza in ognuno degli estensimetri attivi è data da:

$$\frac{\Delta R}{R} \times 100 = G \epsilon_{\max} \times 100 = 2 \times 1428 \times 10^{-6} \times 10^2 = 0.28\% \quad (68)$$

4. Essendo due gli estensimetri attivi del ponte, lo sbilanciamento vale:

$$v_o = V_{cc} \frac{2\Delta R}{4R} = \frac{V_{cc} G}{2} \epsilon_{\max} = \frac{15 \times 2 \times .001428}{2} = 0.0214 \text{ V} = 21.4 \text{ mV}. \quad (69)$$

8 Motore brushed DC

Il principio fisico su cui si basa il funzionamento di tutti i motori elettrici è l'interazione tra un conduttore percorso da corrente elettrica ed il campo magnetico in cui il conduttore è immerso. Un conduttore rettilineo di lunghezza l attraversato da una corrente di intensità i immerso in un campo magnetico \vec{B} è soggetto ad una forza \vec{F} che può essere calcolata come segue:

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B} \quad . \quad (70)$$

dove \vec{l} è un vettore avente come direzione ed intensità quella del segmento rappresentativo del conduttore e come verso quello della corrente i che attraversa il conduttore; \vec{B} è invece il vettore induzione magnetica. La (70) è nota come legge di Lenz. Con riferimento alla Fig. 29, è facile verificare che una spira rettangolare

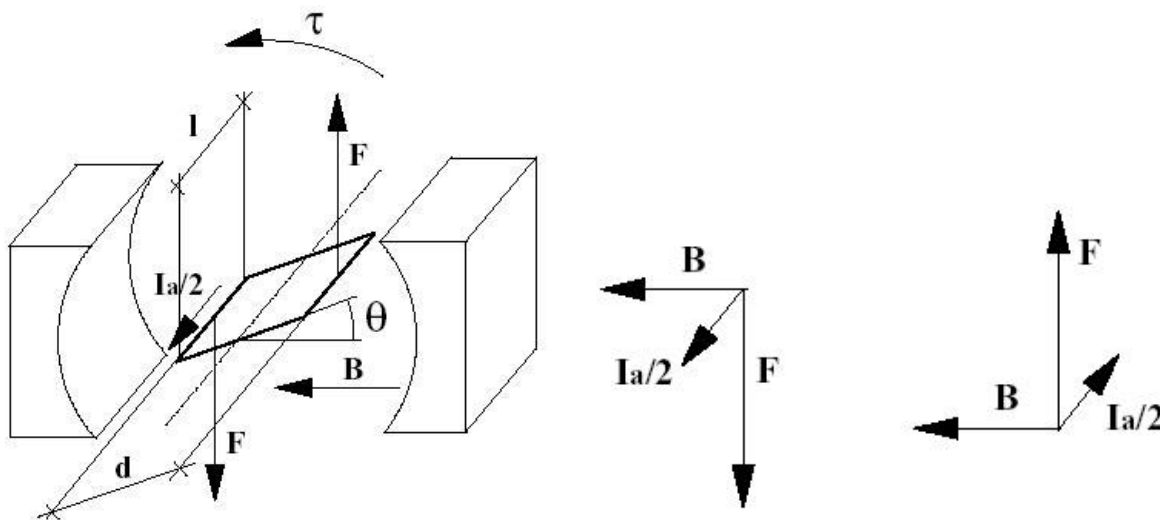


Figura 29: Spira percorsa da corrente immersa in un campo di induzione magnetica costante.

S_i di dimensioni $d \times l$, percorsa da una corrente $I_a/2$, immersa in un campo magnetico uniforme con induzione magnetica \vec{B} , e vincolata a ruotare attorno ad un asse ortogonale al vettore \vec{B} , è soggetta ad una coppia τ data da:

$$\tau = \frac{I_a}{2} \Phi \cos \theta \quad , \quad (71)$$

dove Φ è il flusso nominale, ovvero quello concatenato con la spira quando questa è disposta ortogonalmente al campo \vec{B} . Infatti, i lati della spira disposti lungo l'asse e lunghi l interagiscono con il campo tramite una coppia di braccio $d \cos \theta$ mentre gli altri due lati danno luogo a delle forze a risultante e momento nullo che tendono a deformare la spira lungo l'asse. In dettaglio:

$$\tau = F d \cos \theta = \frac{I_a}{2} l B d \cos \theta = \frac{I_a}{2} \Phi \cos \theta \quad . \quad (72)$$

Se il motore ha n spire, la spira i -esima, $i = 1, \dots, n$, orientata secondo un angolo θ_i , sarà soggetta ad una coppia $\tau_i \frac{I_a}{2} \Phi \cos \theta_i$. La coppia totale sarà data dalla seguente sommatoria:

$$\sum_{i=1}^n \tau_i = I_a \Phi \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad (73)$$

Nel motore a corrente continua esiste un campo magnetico statorico di direzione costante all'interno del quale ruota un rotore costituito da spire percorse da corrente. La circolazione della corrente nel rotore è tale da massimizzare la coppia interazione tra rotore e campo magnetico statorico. A questo fenomeno si può anche dare una diversa interpretazione: la coppia è generata dallo sfasamento angolare tra il campo magnetico di direzione costante, generato dal circuito di eccitazione o dai magneti permanenti dello statore, ed il campo magnetico generato dalla corrente d'armatura (armatura = rotore). Il sistema tenderebbe a disporsi in una condizione di minima energia in cui i due campi magnetici sono paralleli. Un rotore composto da una singola spira tenderebbe quindi a disporsi con il piano della spira ortogonale al campo statorico e non è quindi utilizzabile per la realizzazione di un motore. Utilizzando rotor con parecchie spire orientate diversamente sui 360° e commutando opportunamente il passaggio della corrente sulle spire, è possibile mantenere la direzione del campo magnetico di armatura praticamente costante ed ortogonale al campo di eccitazione. Tale ortogonalità viene mantenuta tramite il commutatore (composto dalle spazzole e dal collettore) che fa sì che la corrente d'armatura circoli tra le spire in modo da generare un flusso di direzione costante. La quasi ortogonalità tra campo rotorico

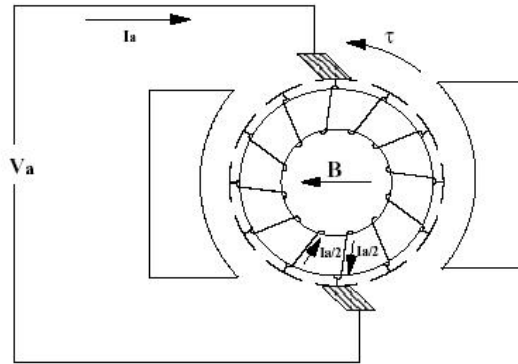


Figura 30: Schema di principio di un motore DC a magneti permanenti

e campo statorico è anche alla base del funzionamento dei motori “brushless” che saranno descritti nel paragrafo 9.

L'espressione della coppia τ per un motore DC data dalla (73), se le spire sono in numero elevato (in modo che il termine $\sum_{i=1}^n \cos \theta_i$ possa essere ritenuto costante al variare della posizione angolare del rotore), può essere approssimata come segue:

$$\tau(t) = k \Phi i_a(t) \quad , \quad (74)$$

dove k è una costante dipendente dalla realizzazione del motore (geometria), Φ è il flusso di eccitazione e i_a è la corrente di armatura.

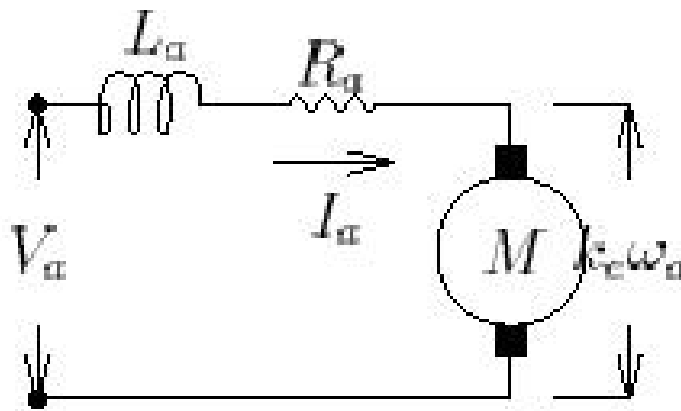


Figura 31: Modello del motore DC ad eccitazione permanente.

Dalla (74) si comprende che la regolazione di un motore DC può essere realizzata nei due seguenti modi:

1. con comando di eccitazione cioè mantenendo costante i_a e facendo variare Φ ;
2. con comando di armatura ovvero facendo variare i_a e mantenendo costante Φ .

Per motori di potenza superiore a qualche centinaio di watt si preferiva, un tempo, utilizzare il comando di eccitazione, per la difficoltà di realizzare circuiti di regolazione ad elevata potenza di uscita. Con i moderni dispositivi elettronici di potenza, questo problema è sempre meno sentito.

Per i piccoli motori invece è sempre stato preferibile il comando di armatura. Infatti, oltre a non esistere nessun ostacolo alla realizzazione del circuito di regolazione della corrente di armatura, l'inerzia elettrica introdotta da un'eventuale circuito di eccitazione, la cui corrente dovrebbe essere regolata, pregiudicherebbe le prestazioni del motore nei transitori. Ultimo fattore a favore dello sviluppo dei servomotori DC a comando di armatura è il buon livello tecnologico raggiunto nella realizzazione di magneti permanenti (motori a magneti permanenti): è possibile ottenere dei magneti induttori che generano un elevato flusso di eccitazione ragionevolmente costante nel tempo, salvaguardando la compattezza e la robustezza del motore.

8.1 Modello matematico del motore DC a magneti permanenti

8.1.1 Equazione alla maglia

La parte elettrica di un motore DC ad eccitazione permanente può essere ben schematizzata tramite un modello a parametri concentrati costituito dalla resistenza

d'armatura posta in serie all'induttanza d'armatura ed alla forza contro elettromotrice E . La forza contro elettromotrice dipende linearmente dalla velocità angolare del motore e la sua espressione è:

$$E(t) = k_e \omega_a(t) \quad . \quad (75)$$

L'equazione alla maglia del circuito di armatura, mostrato in Fig. 31, è la seguente:

$$V_a(t) = k_e \omega_a(t) + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} \quad , \quad (76)$$

dove V_a è la tensione di armatura, R_a è la resistenza di armatura, L_a è l'induttanza di armatura, ω_a è la velocità angolare del rotore e k_e è la costante di velocità ed esprime la proporzionalità tra forza contro elettromotrice indotta e velocità angolare.

8.1.2 Trasduzione corrente-coppia

L'equazione che esprime il legame tra grandezze elettriche è la (74), riscritta tenendo presente che il flusso è costante:

$$\tau = k_t i_a \quad , \quad (77)$$

dove $k_t = k\Phi$ è detta costante di coppia del motore.

8.1.3 Equazione di Eulero per l'asse rotante

Per quanto riguarda la parte meccanica, la seconda equazione cardinale esprime il legame tra coppia e velocità angolare:

$$\tau = J_a \dot{\omega}_a + f \omega_a + \tau_d + \tau_o \quad , \quad (78)$$

dove J_a è l'inerzia del rotore, f è il coefficiente di attrito viscoso eventualmente presente, τ_d è una coppia che rappresenta eventuali fenomeni non modellati (ad esempio attrito secco) e τ_o è la coppia utile esercitata sull'asse di ingresso del riduttore.

Sostituendo la (77) nella (78) e trascurando il termine di disturbo τ_d e il carico τ_o , si ottiene la seguente espressione della corrente in funzione di $\dot{\omega}_a$ e ω_a :

$$i_a = \frac{1}{k_t} (J_a \dot{\omega}_a + f \omega_a) \quad , \quad (79)$$

8.1.4 Trattazione nel dominio del tempo

Derivando rispetto al tempo la (79), si ottiene:

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{1}{k_t} (J_a \ddot{\omega}_a + f \dot{\omega}_a) \quad . \quad (80)$$

Sostituendo l'espressione di i_a (79) e della sua derivata (80) nella (76) si ottiene:

$$v_a = (k_e + \frac{f R_a}{k_t}) \omega_a + (\frac{R_a J_a}{k_t} + \frac{L_a f}{k_t}) \dot{\omega}_a + \frac{L_a J_a}{k_t} \ddot{\omega}_a \quad , \quad (81)$$

8.1.5 Trattamento con l'ausilio della trasformata di Laplace

Nel dominio di Laplace, nell'ipotesi che $i_a(t)|_{t=0} = 0$ ², la (76) diventa:

$$V_a(s) = k_e \omega_a(s) + (R_a + L_a s) I_a(s) \quad . \quad (82)$$

In assenza di fenomeni non modellati, a vuoto ($\tau_o = 0$) e con la condizione che il motore sia inizialmente fermo ($\omega_a(t = 0) = 0$), nel dominio di Laplace la (78) diventa:

$$\tau(s) = (J_a s + f) \omega_a(s) \quad . \quad (83)$$

8.2 Motore pilotato in corrente

Se il motore è pilotato in corrente, ovvero il circuito di comando regola la corrente di armatura, la (83) e la (77) descrivono in modo sufficiente il comportamento del motore:

$$k_t I_a(s) = (J_a s + f) \omega_a(s) \quad . \quad (84)$$

La funzione di trasferimento $G(s)$ tra corrente e velocità angolare risulta:

$$G(s) = \frac{\omega_a(s)}{I_a(s)} = \frac{k_t}{J_a s + f} \quad . \quad (85)$$

8.3 Motore pilotato in tensione

Nel caso in cui il motore sia pilotato in tensione, il comportamento meccanico del motore è più strettamente legato al comportamento elettrico. Ricavando l'espressione della corrente dalla (84) e sostituendo nella (82) si ottiene:

$$\begin{aligned} V_a(s) &= k_e \omega_a(s) + \frac{(L_a s + R_a)(J_a s + f)}{k_t} \omega_a(s) \\ &= \frac{J_a L_a s^2 + (L_a J_a + f L_a) s + (k_e k_t + R_a f)}{k_t} \omega_a(s) \end{aligned} \quad . \quad (86)$$

8.4 Equivalenza tra k_e e k_t

È importante rilevare che, utilizzando unità di misura consistenti (ad esempio utilizzando il Sistema Internazionale), le costanti k_e e k_t hanno lo stesso valore numerico. A tale risultato si può giungere se si impone che la potenza elettrica netta P_e del motore, pari al prodotto tra la forza contro elettromotrice indotta E e la corrente, sia eguale a quella meccanica P_m :

²Teorema di derivazione per le funzioni L-trasformabili: sia $f(t)$ L-trasformabile insieme alla sua derivata prima generalizzata $f'(t)$. Vale la seguente relazione:

$$L[f'(t)] = sL[f(t)] - f(t = 0_-)$$

L'espressione precedente si può ricavare integrando tra $t = 0$ e $t = \infty$ ambo i membri della seguente identità:

$$d(f(t)e^{-st}) = f'(t)e^{-st} dt - sf(t)e^{-st} dt$$

$$P_e = E I_a = k_e \omega_a I_a \quad (87)$$

$$P_m = \tau \omega_a = k_t I_a \omega_a \quad (88)$$

$$P_e = P_m \implies k_e = k_t \quad . \quad (89)$$

La funzione di trasferimento tra velocità angolare e tensione d'armatura può essere quindi scritta come segue:

$$\begin{aligned} G(s) = \frac{\omega_a(s)}{V_a(s)} &= \frac{k_t}{L_a J_a s^2 + (R_a J_a + L_a f) s + R_a f + k_e k_t} \\ &= \frac{1/k_t}{\frac{L_a J_a}{k_t^2} s^2 + \left(\frac{R_a J_a}{k_t^2} + \frac{L_a f}{k_t^2} \right) s + \frac{R_a f}{k_t^2} + 1} \end{aligned} \quad (90)$$

8.5 Funzione di trasferimento approssimata per il motore DC pilotato in tensione

Vediamo adesso come la f.d.t. del motore possa, in genere, essere semplificata nei motori commerciali.

La f.d.t. 90 può essere riscritta in modo più compatto facendo le seguenti definizioni:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{R_a f}{k_t^2} \\ \tau_m &= \frac{R_a J_a}{k_e k_t} \\ \tau_e &= \frac{L_a}{R_a} \end{aligned} \quad .$$

si ottiene allora:

$$G(s) = \frac{\omega_a(s)}{V_a(s)} = \frac{1/k_t}{\tau_m \tau_e s^2 + (\tau_m + \gamma \tau_e) s + (\gamma + 1)} \quad (91)$$

La costante γ che compare nella (91) è solitamente molto piccola rispetto ad 1. Inoltre la costante τ_m è di un ordine di grandezza (o più) maggiore rispetto a τ_e . È possibile quindi approssimare la (91) come segue:

$$G'(s) = \frac{1/k_t}{(\tau_m s + 1)(\tau_e s + 1)} \quad (92)$$

La (92) approssima la f.d.t., del secondo ordine come cascata di due f.d.t. del primo ordine che rappresentano, rispettivamente, la dinamica della parte meccanica (lenta) e la dinamica della parte elettrica (veloce). Vediamo adesso, in due esempi riguardanti motori DC commerciali, quali siano gli effetti dell'approssimazione.

8.5.1 Esempio: motore tipo MINIMOTOR 3540 024C

$$\text{resistenza d'armatura: } R_a = 16 \, [\Omega]$$

$$\text{velocità a vuoto: } n_0 = 5900 \, [RPM]$$

$$\text{corrente a vuoto: } I_0 = 0.055 \, [A]$$

$$\text{induttanza d'armatura: } L_a = 1.47 \times 10^{-3} [H]$$

$$\text{momento d'inerzia del rotore: } J_a = 18.6 [g \times cm^2] = 0.00000186 [kg \times m^2]$$

$$\text{coefficiente di attrito viscoso: non riportato ma ricavabile dalla "no load speed" } n_0 \text{ e la "no load current" } I_0 \text{ } f = \frac{k_t I_0}{n_0} \frac{60}{2\pi} = 0.000003331086 \frac{[Nm]}{[rad/s]}$$

$$\text{costante di coppia: } k_t = 0.03742 \frac{[Nm]}{[A]}$$

$$\text{costante di velocità: } k_e = 0.03742 \frac{[V]}{[rad/s]}$$

Con i dati del motore scelto si ha:

$$\begin{aligned} \gamma &= .03806 [-] \\ \tau_m &= .02125 [s] \\ \tau_e &= .00009 [s] \end{aligned}$$

Essendo γ trascurabile rispetto a 1 e τ_e trascurabile rispetto a τ_m si può approssimare $G(s)$ secondo la 92.

8.5.2 Esempio: motore DC tipo AEROTECH 1017-01

$$\text{resistenza d'armatura: } R_a = .47 [\Omega]$$

$$\text{induttanza d'armatura: } L_a = 0.7 \times 10^{-3} [H]$$

$$\text{momento d'inerzia del rotore: } J_a = 2.8 \times 10^{-5} [kg \times m^2]$$

$$\text{coefficiente di attrito viscoso: } f = 1.4 \times 10^{-6} \times \frac{60}{2\pi} = 0.0000133690152 \frac{[Nm]}{[rad/s]}$$

$$\text{costante di coppia: } k_t = 0.03 \frac{[Nm]}{[A]}$$

$$\text{costante di velocità: } k_e = 0.03 \frac{[V]}{[rad/s]}$$

Con i dati del motore scelto si ha:

$$\begin{aligned} \gamma &= .00698 [-] \\ \tau_m &= .01462 [s] \\ \tau_e &= .00148 [s] \end{aligned}$$

Anche in questo caso si può, quindi, utilizzare l'approssimazione (92). I diagrammi di Bode asintotici ed effettivi di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$ sono riportati in Fig. 32. Nella Fig. 32.a, la spezzata a tratto pieno rappresenta il diagramma asintotico ottenuto dalla $G'(j\omega)$, la spezzata con linea a punti rappresenta il diagramma asintotico ottenuto dalla $G(j\omega)$, mentre la linea continua rappresenta il diagramma effettivo di $G(j\omega)$. In questo particolare caso, se si approssima il diagramma effettivo con diagrammi asintotici, l'errore che si compie utilizzando il diagramma asintotico di $G'(j\omega)$ è addirittura inferiore a quello che si compie utilizzando il diagramma asintotico di $G(j\omega)$. I luoghi di Nyquist di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$ sono riportati in figura 33.

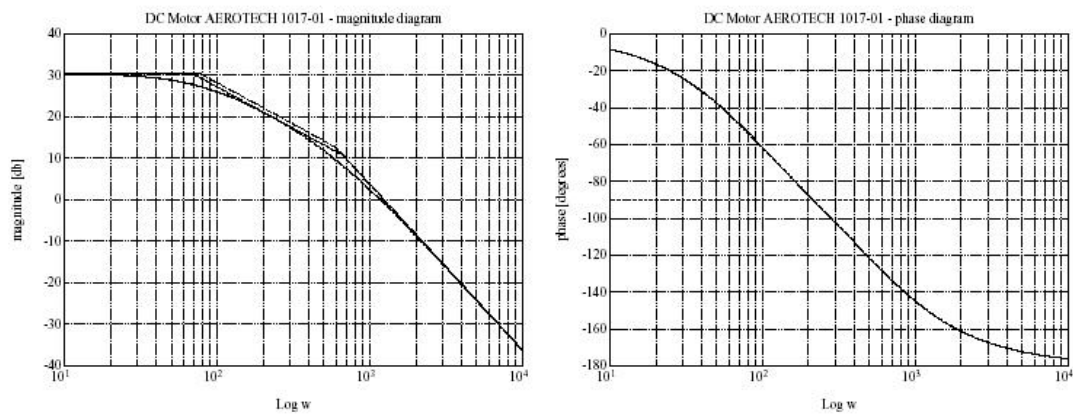


Figura 32: a) diagrammi di Bode di ampiezza di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$ b) diagrammi di Bode di fase di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$

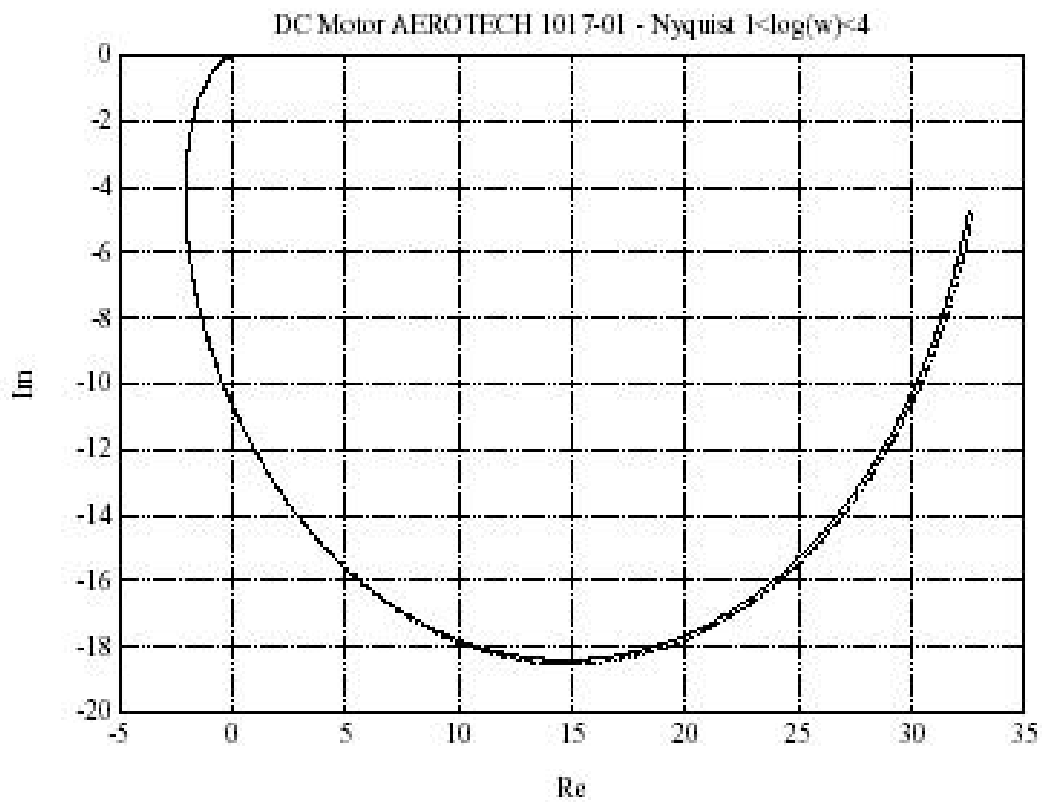


Figura 33: Luoghi di Nyquist di $G(j\omega)$ e $G'(j\omega)$

9 Motore brushless DC

9.1 Generalità sul motore brushless DC

Il motore DC brushless, anche detto *Permanent Magnet Synchronous Motor*, è caratterizzato da un rotore costituito da magneti permanenti ed uno statore avvolto che genera un campo magnetico rotante in sincronismo con il rotore. La rotazione del campo statorico serve a mantenere pressochè costante la condizione di ortogonalità tra campo rotorico e campo statorico: è infatti in condizione di ortogonalità che si ottiene la massima coppia di interazione tra i due campi. È chiaro che, in generale, al fine di pilotare opportunamente gli avvolgimenti che generano il campo statorico, la posizione angolare del rotore deve essere misurata e retroazionata sull'azionamento brushless. In particolari applicazioni è possibile l'utilizzo di soluzioni senza sensori di posizione del rotore (sensorless).

I quattro componenti principali di un sistema brushless DC sono quindi:

1. rotore a magneti permanenti;
2. statore avvolto;
3. sistema sensoriale per la misura della posizione del rotore;
4. azionamento brushless.

Dal punto di vista costruttivo, i motori brushless possono essere realizzati con rotore interno allo statore oppure con rotore esterno. Nel caso del rotore interno si hanno dei vantaggi, rispetto ai motori brushed DC, in termini di maggiore capacità di dissipazione del calore prodotto nel rame degli avvolgimenti. Infatti, essendo gli avvolgimenti solidali alla struttura meccanica che supporta il motore, il flusso di calore è facilitato. Per contro, nel motore brushed DC il flusso di calore dagli avvolgimenti d'armatura verso l'esterno avviene essenzialmente per convezione attraverso il traferro che separa il rotore dallo statore. Nelle applicazioni in cui l'inerzia del rotore non sia un problema (funzionamento a velocità costante o lentamente variabile), ma le velocità richieste siano elevate, è preferibile invece la soluzione con rotore esterno. Infatti, dal punto di vista della robustezza meccanica, la soluzione a rotore esterno lascia più libero il progettista di irrigidire ed irrobustire opportunamente la struttura rotorica, senza le limitazioni di ingombro presenti nel caso in cui il rotore sia interno. Anche se gli effetti centrifughi saranno minori con il rotore interno, la mancanza di spazio fa sì che il rotore sia essenzialmente costituito dai magneti permanenti, meno resistenti in genere dei materiali da costruzione.

Le principali tecnologie utilizzate per la realizzazione dei magneti sono le seguenti, in ordine di costo e prestazioni crescenti:

- materiali ceramici;
- Alnico;
- terre rare.

I servomotori DC brushless più pregiati sono quindi realizzati con magneti permanenti a terre rare.

9.2 Pilotaggio del motore brushless DC

Il pilotaggio dei motori brushless DC può essere effettuato in vari modi il cui denominatore comune è, ovviamente, il mantenimento della quasi ortogonalità tra campo statorico e campo rotorico. Nel seguito verranno elencati due metodi. La trattazione che segue è valida per motori che hanno una distribuzione sinusoidale degli avvolgimenti statorici, ovvero assimilabili a singole spire.

9.2.1 Pilotaggio ad onda quadra

Il metodo più diffuso utilizza dei sensori di posizione ad effetto hall montati sullo statore che vengono eccitati dal passaggio dei poli rotorici, denominato anche pilotaggio ad onda quadra. Per fissare le idee, facciamo riferimento alla Fig. 34, nella è schematicamente rappresentato un motore costituito da un rotore ad un unico paio di poli e da uno statore avvolto costituito da due fasi, tra loro ortogonali, che chiameremo A e B . Per comprendere la logica di pilotaggio, esaminiamo la

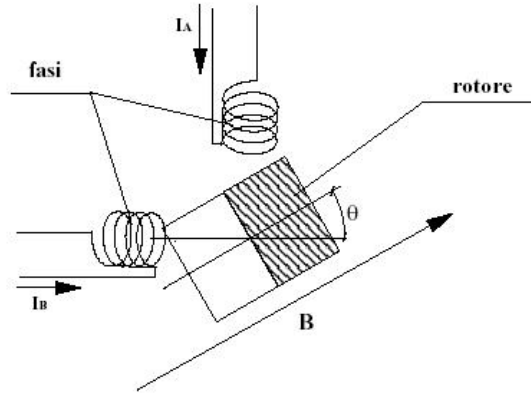


Figura 34: Motore DC brushless bifase.

situazione in cui la fase A sia percorsa da una corrente I_A di intensità costante pari a I . In questa situazione, il rotore sarà sottoposto ad una coppia di interazione T_A il cui andamento è sinusoidale rispetto all'angolo θ che identifica la posizione corrente del rotore rispetto ad un certo riferimento solidale allo statore:

$$T_A = kI_A \cos(\theta) = kI \cos(\theta) \quad . \quad (93)$$

Analogamente, se la corrente di fase I_B è anch'essa uguale a I , la coppia di interazione tra la fase B ed il rotore, varrà, vista l'ortogonalità tra le due fasi,

$$T_B = kI_B \sin(\theta) = kI \sin(\theta) \quad . \quad (94)$$

L'andamento di T_A e T_B , nell'ipotesi di pilotare le due fasi con una corrente uguale, è quello mostrato in Fig. 35.a, dove in ascissa è riportata la posizione angolare del rotore θ in gradi ed in ordinata sono riportate le coppie di interazione. La coppia totale agente sul rotore sarà pari alla somma dei contributi di coppia delle due fasi:

$$T = T_A + T_B \quad (95)$$

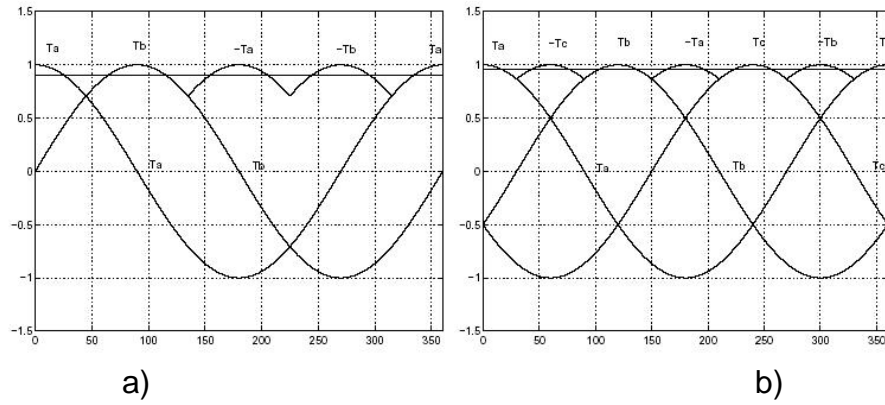


Figura 35: Coppie di interazione tra statore e rotore nei motori brushless DC con pilotaggio ad onda quadra. Commutazione delle fasi a) nel motore bifase e b) nel motore trifase.

Se le due fasi sono pilotate alternativamente con la sequenza:

$$\begin{aligned}
 T_A & \text{ se } -45^\circ \leq \theta < 45^\circ \\
 T_B & \text{ se } 45^\circ \leq \theta < 135^\circ \\
 -T_A & \text{ se } 135^\circ \leq \theta < 225^\circ \\
 -T_B & \text{ se } 225^\circ \leq \theta < 315^\circ \quad ,
 \end{aligned}$$

la coppia agente sul rotore, anch'essa mostrata in Fig. 35.a, subirà piccole oscillazioni rispetto al suo valor medio. È evidente che, per eseguire questo tipo di pilotaggio, bisogna conoscere la posizione del rotore con una discretizzazione in quarti di giro. Due sensori ad effetto hall disposti a 90° tra loro sono quindi sufficienti per questo scopo.

Volendo valutare il ripple di coppia, calcoliamo il valor medio \bar{T} della coppia:

$$\begin{aligned}
 \bar{T} &= \frac{1}{\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} kI \cos(\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} kI \cos(\theta) d\theta \\
 &= \frac{4}{\pi} kI (\sin(\theta)) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = kI \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} = .90032 \times kI \quad . \quad (96)
 \end{aligned}$$

Il ripple di coppia T_r , valutato come valore picco-picco normalizzato rispetto al valor medio, vale:

$$T_r = \frac{\max(T) - \min(T)}{\bar{T}} = \frac{kI - \frac{\sqrt{2}}{2} kI}{\frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} kI} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{\pi}} = 0.32467 \quad . \quad (97)$$

Nel caso di un motore trifase ad un solo paio di poli in cui lo statore sia composto da tre avvolgimenti A , B e C a 120° tra loro, la logica di commutazione è la

seguente:

$$\begin{aligned}
 T_A & \text{ se } -30^\circ \leq \theta < 30^\circ \\
 -T_C & \text{ se } 30^\circ \leq \theta < 90^\circ \\
 T_B & \text{ se } 90^\circ \leq \theta < 150^\circ \\
 -T_A & \text{ se } 150^\circ \leq \theta < 210^\circ \\
 T_C & \text{ se } 210^\circ \leq \theta < 270^\circ \\
 -T_B & \text{ se } 270^\circ \leq \theta < 330^\circ .
 \end{aligned}$$

In questo caso la discretizzazione richiesta della posizione del rotore è in sesti di giro ($\frac{\pi}{3}$) e sono quindi richiesti tre sensori ad effetto hall disposti a 120° . Come mostrato in Fig. 35.b, il ripple risulta molto minore e, valutandolo come sopra, vale:

$$T_r = 0.13947 \quad . \quad (98)$$

Chiaramente, statori con avvolgimenti polifase permettono di ridurre ulteriormente il ripple di coppia. I motori più diffusi sono, comunque, i bifase ed i trifase. In applicazioni particolarmente delicate, in cui il ripple di coppia sia assolutamente indesiderabile, si utilizza il pilotaggio sinusoidale delle fasi descritto in seguito, che permette, almeno in linea di principio, di annullare totalmente il ripple.

9.2.2 Pilotaggio sinusoidale

Il pilotaggio sinusoidale richiede che l'angolo del rotore sia misurato in modo continuo o con una discretizzazione molto spinta. Ciò al fine di ottenere segnali proporzionali a $\cos(\theta)$ e $\sin(\theta)$ rispettivamente che sono necessari come si vedrà in appresso.

Facendo nuovamente riferimento al caso del motore bifase con rotore ad un solo paio di poli, supponiamo di pilotare la fase A con una corrente $I_A = I \cos(\theta)$. Analogamente, pilotiamo la fase B con una corrente $I_B = I \sin(\theta)$. La coppia risultante sul rotore è data dalla somma dei contributi delle due fasi:

$$T = T_A + T_B = kI_A \cos(\theta) + kI_B \sin(\theta) = kI (\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) = kI \quad . \quad (99)$$

Come si vede, l'espressione della coppia è formalmente analoga alla (74) che esprime la semplice proporzionalità tra corrente di armatura e coppia nel motore brushed DC. Anche nel caso del motore trifase, pilotando le tre fasi con correnti sinusoidali, si può giungere ad una espressione della coppia formalmente identica alla (74).

10 Motori a passi

Le tipologie di motori a passi sono le seguenti:

- a magneti permanenti;
- a riluttanza variabile;
- ibridi.

Nel seguito faremo dei cenni esclusivamente ai motori a magneti permanenti ed a quelli a riluttanza variabile.

Nei motori a magneti permanenti il rotore è a magneti permanenti ed ha tanti poli quanti sono i denti di statore. Energizzando in sequenza gli avvolgimenti realizzati sui denti di statore, si ottengono rotazioni discrete del rotore. In ognuna delle posizioni stabili, i poli rotorici sono affacciati ai denti di statore.

Nei motori a riluttanza variabile il rotore è costruito con un materiale ferromagnetico e possiede un certo numero di cave e denti. Lo statore è invece avvolto ed ha un numero di fasi diverso dal numero di denti rotorici. Il rotore tende quindi a disporsi in una configurazione di minima energia, in modo da minimizzare la riluttanza del circuito magnetico. L'equazione che governa il flusso in un tratto di circuito magnetico è la seguente:

$$\mathcal{R}\Phi = Ni \quad , \quad (100)$$

dove Ni è detta forza magnetomotrice, \mathcal{R} è la riluttanza del tratto di circuito magnetico considerato e Φ è il flusso. Nell'esempio mostrato nelle Figs. 36 e 37, lo

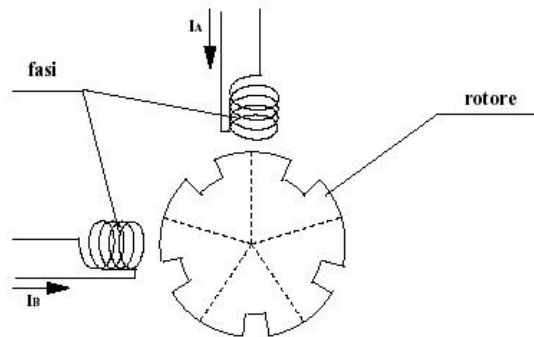


Figura 36: Schema del motore a passi a riluttanza variabile

statore è a due fasi mentre il rotore possiede 5 coppie di dente/cava. Come è facile verificare, per una rotazione di 90° del campo statorico, il rotore trova una nuova posizione di equilibrio dopo 18° .

Le caratteristiche principali dei Motori a passi sono:

- possibilità di utilizzo in anello aperto o anello chiuso;
- coppie modeste;
- consumo di energia anche a velocità e coppia erogata nulle;

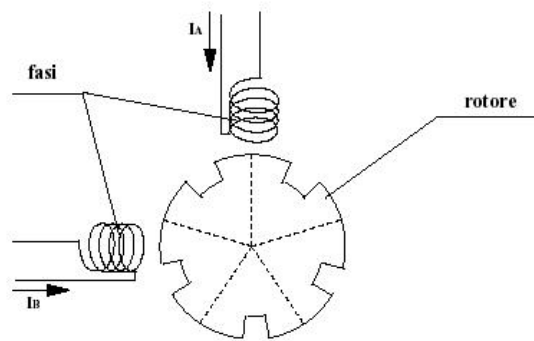


Figura 37: Funzionamento del motore a passi a riluttanza variabile

- generalmente 2 fasi e 50 poli rotorici, quindi $\text{passo} = 1.8^\circ$;
- possibilità di pilotaggio half step e microstepping.

Le applicazioni sono innumerevoli, anche per la facilità di interfacciamento ai circuiti digitali con conseguente contenimento dei costi. In caso di utilizzo in anello aperto, è importante verificare in fase di progetto che la coppia d'inerzia rimanga ben al di sotto della coppia erogabile dal motore, pena la "perdita del passo".

11 Modellazione del riduttore e del carico

In questo paragrafo vengono richiamati alcuni concetti della Meccanica Applicata indispensabili per la modellazione di sistemi per il controllo del movimento. L'allievo è invitato a fare riferimento al testo di Meccanica Applicata qualora non abbia piena padronanza di quanto esposto in appresso.

11.1 Riduzione dell'inerzia e dell'attrito motore all'asse lento

Analogamente a quanto avviene nello studio dei trasformatori, è possibile definire delle grandezze equivalenti che permettono di studiare il sistema motore/riduttore/carico facendo riferimento alla velocità di uno solo dei due assi. Le grandezze equivalenti possono essere calcolate imponendo uguaglianze di tipo energetico. Ad esempio, nel caso in cui si voglia determinare l'inerzia equivalente J'_a del rotore riportata all'asse del carico, si impone l'uguaglianza dell'energia cinetica tra asse lento ed asse veloce:

$$\frac{1}{2} J_a \omega_a^2 = \frac{1}{2} J'_a \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{\omega_a^2}{N^2} \implies J'_a = J_a N^2 \quad , \quad (101)$$

dove ω è la velocità angolare dell'asse lento.

Se invece si desidera calcolare il coefficiente di attrito equivalente del motore, si impone l'uguaglianza della potenza dissipata:

$$f \omega_a^2 = f' \omega^2 = f' \frac{\omega_a^2}{N^2} \implies f' = f N^2 \quad . \quad (102)$$

11.2 Un criterio di ottimizzazione del rapporto di riduzione

Nel seguito è esposto, a titolo di esempio, un possibile criterio di ottimizzazione del rapporto di riduzione, basato sulla minimizzazione della coppia generata dal motore (e quindi della corrente d'armatura) allo spunto.

Siano dati il motore di inerzia J_a ed il carico di inerzia J e si voglia mettere in moto il carico con un'accelerazione α . Se N è il rapporto di riduzione incognito da calcolare, l'accelerazione α_a del motore varrà:

$$\alpha_a = N \alpha \quad (103)$$

La coppia che il motore dovrà sviluppare per accelerare motore e carico sarà data dalla seconda equazione cardinale scritta all'asse del motore:

$$\tau_a = (J_a + \frac{J}{N^2}) \alpha_a = (J_a + \frac{J}{N^2}) N \alpha = (N J_a + \frac{J}{N}) \alpha \quad . \quad (104)$$

Annullando la derivata prima di τ_a rispetto ad N si trova la soluzione:

$$J_a - \frac{J}{N^2} = 0 \quad , \quad (105)$$

il che vuol dire che il rapporto di riduzione deve essere tale che l'inerzia del motore e del carico siano equivalenti (ovviamente dopo la riduzione allo stesso asse).

11.3 Effetto dell'eccentricità del volano in gravità

Se il carico è approssimabile con un volano eccentrico che ruota attorno ad un asse orizzontale, la gravità avrà un effetto di disturbo sulla coppia motrice. L'andamento della coppia di disturbo sarà sinusoidale in funzione dell'angolo descritto dal volano. Se θ è tale angolo, la coppia di disturbo τ_d sarà del tipo:

$$\tau_d = mgr \sin(\theta) \quad . \quad (106)$$

12 Azionamenti DC

L'azionamento è il dispositivo che fornisce al motore brushed DC la corrente o la tensione necessaria al suo funzionamento. La potenza necessaria viene fornita all'azionamento da un alimentatore a corrente continua non regolato. Gli azionamenti, a seconda di qual è la variabile utilizzata per controllare il motore possono essere classificati in:

- azionamenti per pilotaggio in corrente;
- azionamenti per pilotaggio in tensione.

Gli azionamenti DC sono essenzialmente degli amplificatori ad alto guadagno su cui è chiuso un anello di retroazione in corrente o in tensione, a seconda del tipo di pilotaggio che si vuole realizzare. Per questo motivo, i due tipi di azionamenti DC citati si differenziano molto poco dal punto di vista circuitale e, sovente, lo stesso azionamento commerciale può essere utilizzato in entrambe le modalità cambiando solo alcune connessioni appositamente predisposte.

12.1 Azionamenti DC per pilotaggio in corrente

Un azionamento per pilotaggio in corrente è classificabile come amplificatore a transconduttanza: esso fornisce in uscita una corrente che, a regime, è proporzionale alla tensione d'ingresso secondo una costante G_0 , detta fattore di transconduttanza o transconduttivo. La seguente espressione descrive in modo più completo il legame esistente tra ingresso ed uscita dell'azionamento:

$$I_a(s) = G(s)V_{in}(s) \quad , \quad (107)$$

dove, di solito, $G(s)$ è ben approssimabile come f.d.t. del secondo ordine del tipo:

$$G(s) = \frac{G_0}{\tau_n^2 s^2 + 2\xi\tau_n s + 1}.$$

12.2 Azionamenti DC per pilotaggio in tensione

Un azionamento per pilotaggio in tensione funziona come un semplice amplificatore e fornisce in uscita un segnale di tensione (ad alta potenza) che, a regime, è proporzionale alla tensione di ingresso secondo una costante di proporzionalità A_{v0} .

$$V_a(s) = A_v(s)V_{in}(s) \quad , \quad (108)$$

dove V_a è la tensione di armatura e V_{in} è la tensione di ingresso dell'azionamento. Anche $A_v(s)$ di solito può essere approssimata con una f.d.t. del secondo ordine

$$A_v(s) = \frac{A_{v0}}{\tau_n^2 s^2 + 2\xi\tau_n s + 1}.$$

È da notare che, mentre il guadagno statico dell'azionamento (in corrente o in tensione) è fissato dal progettista ed è sostanzialmente indipendente dal motore pilotato, il comportamento dinamico dell'azionamento, anche per quanto riguarda la stabilità e la reiezione dei disturbi, dipende fortemente dai parametri elettrici del motore.

12.3 Azionamenti lineari e PWM

Una ulteriore classificazione degli azionamenti può essere fatta in funzione del fatto che il segnale di uscita dell'azionamento sia effettivamente proporzionale al segnale d'ingresso oppure che sia il valor medio del segnale di uscita ad essere proporzionale al segnale d'ingresso. Nel primo caso si parla di azionamento lineare o "in continua," mentre nel secondo di azionamento PWM (dall'Inglese Pulse Width Modulation). La tensione di uscita dell'azionamento PWM è un segnale di frequenza costante f_0 e di periodo $T = \frac{1}{f_0}$ che rimane alto per un intervallo T_1 e basso per un intervallo T_2 , come mostrato in Fig. 38. Vale la seguente relazione:

$$T = T_1 + T_2 \quad .$$

Il valor medio del segnale $v(t)$ dipende linearmente da T_1 , infatti:

$$\overline{v(t)} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T_1} V dt - \int_{T_1}^T V dt \right) = \frac{1}{T} V (T_1 - T_2) = V \left(2 \frac{T_1}{T} - 1 \right) \quad .$$

La frequenza $f_0 = \frac{1}{T}$ viene detta portante e deve essere sufficientemente alta

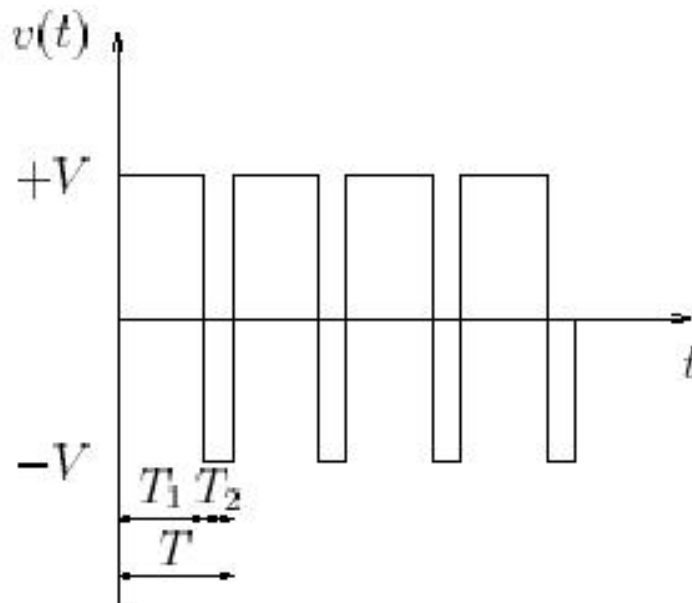


Figura 38: Segnale PWM bipolare con $T_1 = 0.75 T$. Il valor medio risulta $\overline{v(t)} = 0.5V$

rispetto al contenuto frequenziale del motore. In questo modo, il motore agisce da filtro elettromeccanico passabasso e la velocità del rotore non risente delle continue oscillazioni della tensione d'armatura. Negli azionamenti commerciali, la frequenza portante è, solitamente, maggiore di 20 KHz. In figura 39 è mostrato l'andamento della velocità angolare per il motore dell'esempio 8.5.1 in conseguenza dell'applicazione di una tensione d'ingresso PWM a valor medio nullo. Il motore reagisce impulsivamente al momento dell'applicazione del carico. La velocità si

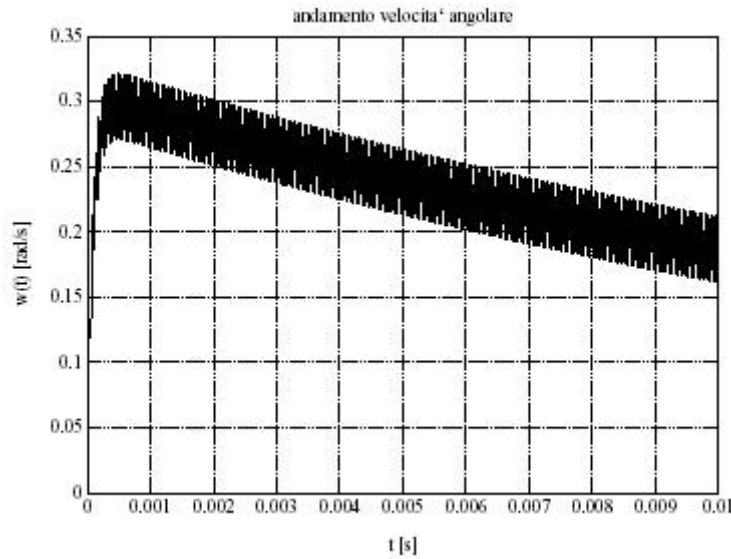


Figura 39: Andamento della velocità angolare per il motore dell'esempio 8.5.1 in conseguenza dell'applicazione di una tensione d'ingresso PWM a valor medio nullo.

smorza poi progressivamente con andamento dipendente dalla costante di tempo meccanica del motore. A regime rimane una piccola oscillazione alla stessa frequenza della portante. In realtà, la presenza di attrito secco impedisce la persistenza di questa piccola oscillazione. Sebbene la portante del PWM non influenzi il funzionamento meccanico del motore, la corrente di ripple che circola nel circuito d'armatura genera calore per effetto Joule: oltre all'indesiderabile dissipazione di potenza bisogna verificare che il motore posto nell'ambiente sia effettivamente in grado di smaltire il calore prodotto mantenendo al contempo la temperatura interna nei limiti del range di specifica. La corrente di ripple può essere ridotta aumentando il valore dell'induttanza presente nel circuito d'armatura. In Fig. 40 è mostrato il comportamento del motore dell'esempio 8.5.1 con e senza l'aggiunta di una induttanza in serie al motore.

È interessante notare come la corrente di ripple sia dipendente dal valor medio della corrente stessa. Infatti, per un carico ohmico-induttivo, se T_1 e T_2 sono gli intervalli del periodo T del PWM in cui la tensione rimane rispettivamente a $+V$ e $-V$, e $\tau = \frac{L}{R}$ è la costante di tempo del circuito, il ripple I_r espresso come differenza tra il valor massimo ed il valor minimo della corrente vale:

$$I_r = \frac{2V}{R} \frac{(1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}})(1 - e^{-\frac{T_2}{\tau}})}{(1 - e^{-\frac{T}{\tau}})} \quad (109)$$

In Fig. 41 è riportato l'andamento del ripple normalizzato rispetto al valore massimo della corrente in funzione del rapporto $\frac{T_1}{T}$ per un circuito in cui il rapporto tra il periodo della portante PWM e la costante di tempo propria del circuito $\tau = \frac{L}{R}$ sia pari a 0.625. Come si vede, il ripple è nullo agli estremi (massimo valor medio della corrente) e raggiunge un massimo per $T_1 = T_2$, ovvero per valor medio della corrente nullo.

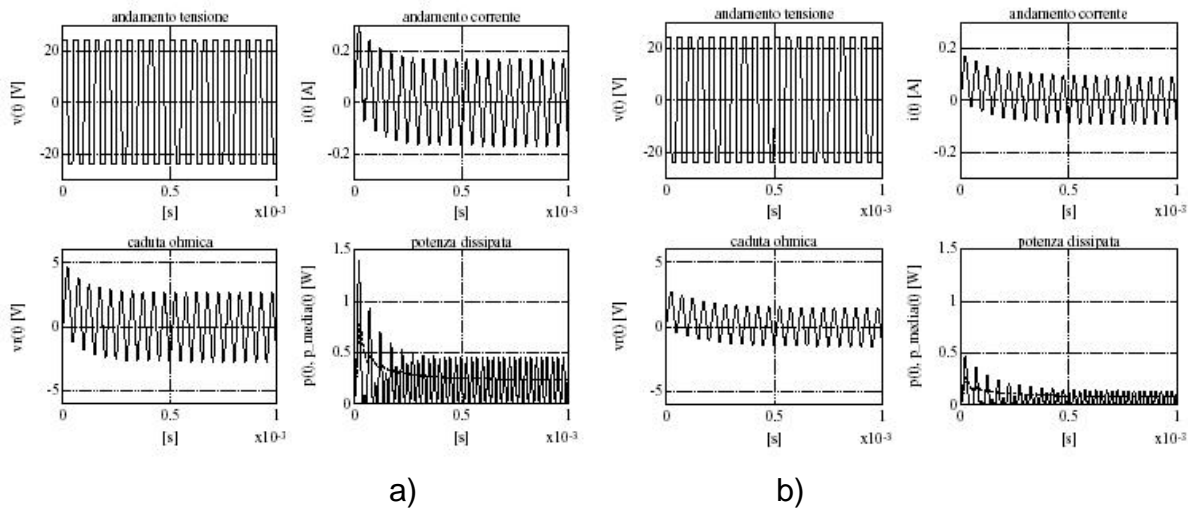


Figura 40: Comportamento del motore dell'esempio 8.5.1 in conseguenza dell'applicazione di una tensione d'ingresso PWM a valor medio nullo a) senza induttanza aggiuntiva e b) con l'aggiunta di un'induttanza di 1.2 mH in serie.

12.3.1 PWM con segno

Un metodo per ridurre notevolmente il valore del ripple nelle varie condizioni di funzionamento e addirittura annullarlo quando il valor medio della corrente è nullo, è il cosiddetto PWM con segno. Il dispositivo utilizzatore (il motore nel nostro caso) viene alimentato con una tensione variabile tra 0 e $+V$ se il valor medio deve essere positivo e tra 0 e $-V$ se il valor medio deve essere negativo. L'informazione del segno è codificata in un bit. Le forme d'onda relative al PWM con segno sono mostrate in Fig. 42

12.3.2 Schema di principio di un azionamento DC lineare per pilotaggio in corrente

Vediamo, con un esempio, come può essere realizzato un semplice azionamento DC, quali siano gli inconvenienti e come si può ovviare a questi ultimi. In Fig. 43 è mostrato lo schema di un azionamento DC in continua. L'azionamento consiste di tre parti essenziali:

- la giunzione sommannte, realizzata con l'amplificatore operazionale A_1 ;
- la parte di potenza, realizzata con i due transistor Q_1 e Q_2 ;
- il circuito di misura e retroazione, costituito dalla resistenza di sensing R_s e l'amplificatore differenziale realizzato con l'amplificatore operazionale A_2 ³.

La giunzione sommannte confronta una frazione del segnale d'ingresso pari a $\frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in}$ con la tensione d'uscita dell'amplificatore differenziale V_f . La tensione V_f è proporzionale alla corrente che circola nel motore. Infatti, detto A_d il

³L'amplificatore A_2 funziona come amplificatore differenziale se $\frac{R_I}{R_{II}} = \frac{R_{III}}{R_{IV}}$. Il guadagno dell'amplificatore differenziale è pari a $\frac{R_{III}}{R_I}$.

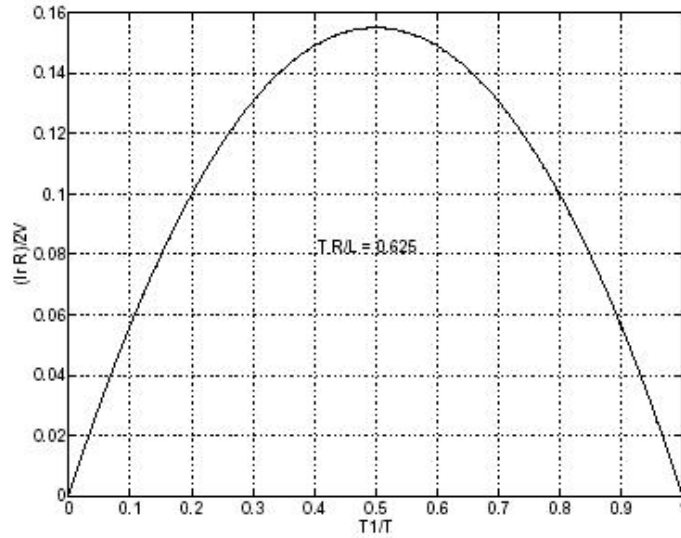


Figura 41: Andamento del ripple normalizzato rispetto al valore massimo della corrente in funzione del rapporto $\frac{T_1}{T}$ per un circuito in cui il rapporto tra il periodo della portante PWM e la costante di tempo propria del circuito $\tau = \frac{L}{R}$ sia pari a 0.625.

guadagno dell'amplificatore differenziale, V_f risulta:

$$V_f = A_d R_s I \quad , \quad (110)$$

infatti la caduta ai capi della resistenza di sensing è proporzionale alla corrente che circola nel motore ed è pari a $R_s I$.

L'amplificatore A_1 è un amplificatore operazionale e possiede un altissimo guadagno. Vale quindi il principio del corto circuito virtuale. Si avrà che $\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$ sarà pari a V_f e quindi:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in} = A_d R_s I \quad , \quad (111)$$

da cui si ricava il guadagno statico dell'amplificatore (fattore transconduttivo) che sarà, con buona approssimazione, pari a:

$$G_0 = \frac{I}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{A_d R_s} \quad (112)$$

Se si volesse realizzare un azionamento "lineare" o "in continua" per pilotaggio in tensione invece che in corrente, basterebbe modificare in modo minimo lo schema esaminato. Se invece della tensione ai capi della resistenza di sensing preleviamo la tensione di armatura otteniamo un azionamento per pilotaggio in tensione il cui guadagno statico vale:

$$A_0 = \frac{V_a}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{A_d} \quad . \quad (113)$$

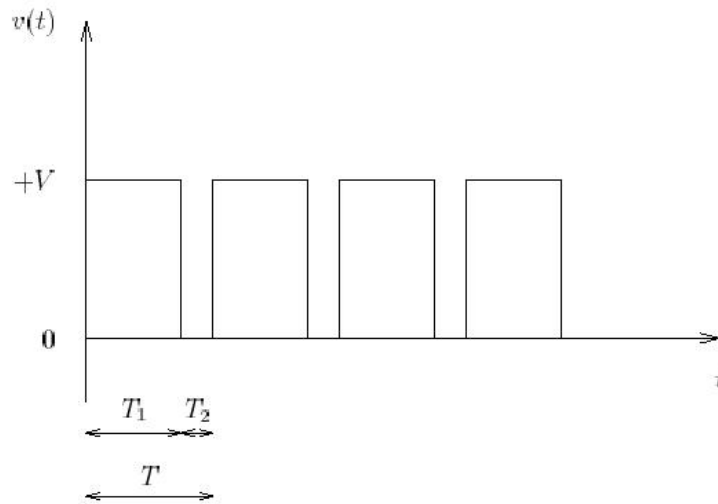


Figura 42: Segnale PWM unipolare (PWM con segno) con $T_1 = 0.75 T$ e segno positivo . Il valor medio risulta $\overline{v(t)} = 0.75V$

12.3.3 Schema di principio di un azionamento DC in PWM

In Fig. 44 è mostrato lo schema di un azionamento DC in PWM. La corrente viene fornita al motore dai transistor Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 , che lavorano a coppie ovvero:

- Q_1 insieme a Q_4 nella prima parte del ciclo PWM, di ampiezza T_1
- Q_2 insieme a Q_3 nella seconda parte del ciclo PWM, di ampiezza T_2 .

L'uso della tecnica PWM negli azionamenti deriva da considerazioni sulla dissipazione di energia.

I transistor, in questo come in ogni altro schema di tipo PWM, lavorano nella zona di saturazione, comportandosi essenzialmente come degli interruttori a relè. La dissipazione rimane molto contenuta. Come si può vedere in Fig. 45, nella zona di saturazione, la tensione V_{ce} tra collettore ed emettitore rimane molto piccola. Quindi, a parità di corrente erogata, la potenza dissipata nel transistor sarà inferiore al caso di un azionamento in cui i transistor vengano fatti lavorare nella zona lineare.

12.4 Esercizi

La Fig. 43 mostra lo schema di principio di un azionamento per servomotori brushed DC.

1. Dire di che tipo di azionamento si tratta.
2. Trascurando il fenomeno della distorsione di cross-over, calcolare il guadagno statico dell'azionamento.

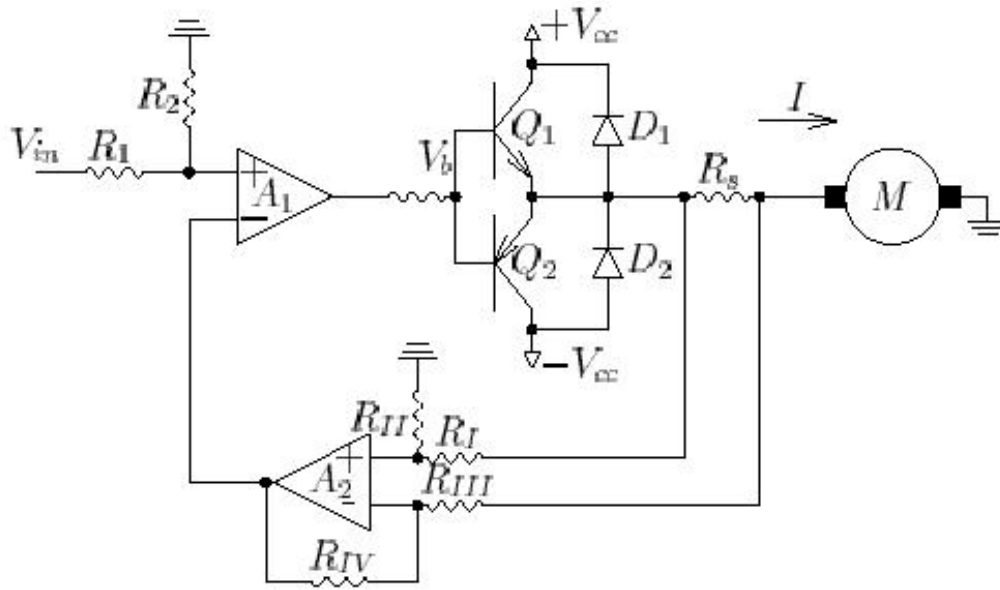


Figura 43: Schema circuitale di principio di un azionamento in continua per motore DC con retroazione in corrente.

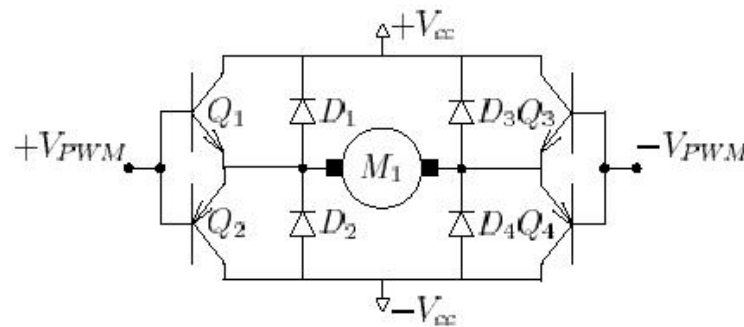


Figura 44: Parte di potenza di un azionamento DC in PWM.

3. Nell'ipotesi che le funzione di trasferimento degli amplificatori operazionali A_1 e A_2 siano del tipo:

$$A_1(s) = \frac{A_0}{\tau_1 s + 1} \quad (114)$$

$$A_2(s) = \frac{A_0}{\tau_2 s + 1} \quad (115)$$

calcolare la funzione di trasferimento dell'azionamento.

Soluzione dell'esercizio

1. Si tratta di un azionamento per pilotaggio in corrente di tipo lineare o "in continua".

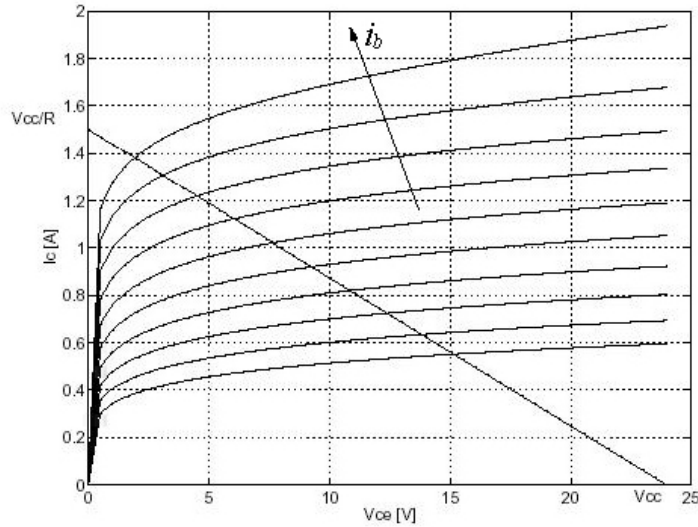


Figura 45: Tipico andamento della caratteristica di un transistor al variare della i_b e retta di carico in continua.

2. Sfruttando il corto circuito virtuale sull'amplificatore operazionale A_1 , si deduce la uguaglianza delle tensioni ai morsetti. La tensione al morsetto non invertente vale:

$$V^+ = V_{in} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2}{3} V_{in}. \quad (116)$$

Per calcolare la tensione al morsetto non invertente, si noti che la tensione di ingresso dell'amplificatore differenziale realizzato con A_2 è pari alla corrente moltiplicata per R_s . Il guadagno statico A_d dell'amplificatore differenziale vale:

$$A_d = \frac{R_{II}}{R_I} = 2. \quad (117)$$

La tensione al morsetto invertente vale quindi:

$$V^- = R_s A_d I = 0.5 \times 2 \times I = I. \quad (118)$$

Eguagliando V^+ e V^- si ottiene quindi:

$$\frac{2}{3} V_{in} = I, \quad (119)$$

da cui segue che il guadagno statico vale:

$$G_0 = 0.667 \text{ A/V}. \quad (120)$$

3. La funzione di trasferimento dell'azionamento si può determinare utilizzando l'algebra dei sistemi a blocchi. Nello schema si possono evidenziare i seguenti blocchi:

- (a) un blocco attenuatore, esterno all'anello, che moltiplica la tensione di ingresso per un fattore $\frac{R_2}{R_1+R_2}$;
- (b) una giunzione sommande;
- (c) un amplificatore con f.d.t. $A_1(s)$ posto nella catena diretta;
- (d) il carico, anch'esso appartenente alla catena diretta, rappresentabile con un blocco con f.d.t. $\frac{1}{Ls+(R+R_s)}$ che riceve in ingresso la tensione d'uscita dell'amplificatore A_1 ed ha in uscita la corrente I ;
- (e) la resistenza di sensing, sulla catena di retroazione, che moltiplica la corrente I per la costante R_s ;
- (f) l'amplificatore differenziale con f.d.t. $A_d(s)$.

La riduzione dei blocchi è illustrata graficamente nella figura 46. L'unico

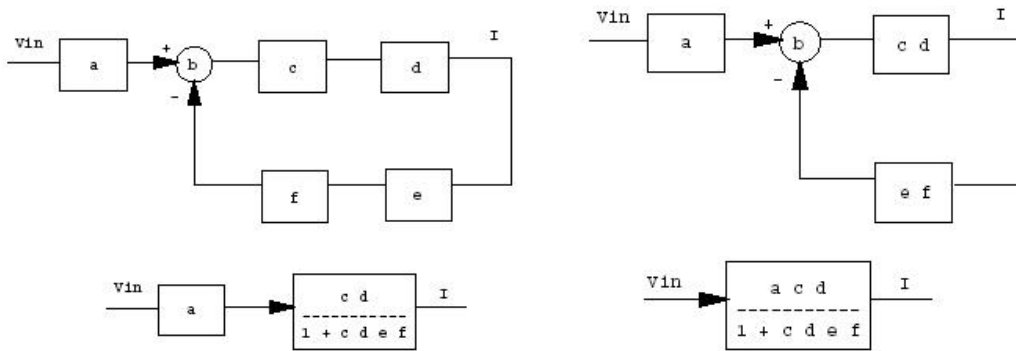


Figura 46:

blocco di cui non si conosce la f.d.t. è l'amplificatore differenziale. Per determinare $A_d(s)$ non si può utilizzare il principio del corto circuito virtuale. La tensione d'uscita V_o è pari alla differenza delle tensioni d'ingresso dell'amplificatore operazionale moltiplicato il guadagno $\frac{A_2}{\tau_2 s + 1}$:

$$V_o = \frac{A_0}{\tau_2 s + 1} (V^+ - V^-) \quad (121)$$

Se si definisce un parametro $\beta = \frac{R_I}{R_I + R_{II}}$, la tensione sul morsetto invertente può essere calcolata come segue:

$$V^- = V_2 - \frac{(V_2 - V_o)}{R_I + R_{II}} R_I = V_2 - \beta(V_2 - V_o) \quad (122)$$

La tensione sul morsetto non invertente vale:

$$V^+ = \frac{V_1}{R_I + R_{II}} R_{II} = (1 - \beta)V_1 \quad (123)$$

Infine,

$$V_o = \frac{A_0}{\tau_2 s + 1} ((1 - \beta)V_1 - (1 - \beta)V_2 - \beta V_o), \quad (124)$$

da cui:

$$(1 + \beta \frac{A_0}{\tau_2 s + 1}) V_o = \frac{A_0}{\tau_2 s + 1} (1 - \beta)(V_1 - V_2) \quad (125)$$

e, infine:

$$\frac{V_o}{V_1 - V_2} = (1 - \beta) \frac{\frac{A_0}{\tau_2 s + 1}}{1 + \beta \frac{A_0}{\tau_2 s + 1}} (1 - \beta) \frac{A_0}{\tau_2 s + 1 + \beta A_0} = (1 - \beta) \frac{\frac{A_0}{1 + \beta A_0}}{\frac{\tau_2}{1 + \beta A_0} s + 1} \quad (126)$$

Per $\beta A_0 \gg 1$ l'espressione precedente si può approssimare come segue:

$$\frac{V_o}{V_1 - V_2} \simeq \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{1}{\frac{\tau_2}{\beta A_0} s + 1} \quad (127)$$

L'amplificatore differenziale ha quindi un guadagno statico pari a $\frac{1-\beta}{\beta}$ e un polo di costante di tempo $\tau_d = \frac{\tau_2}{\beta A_0}$ ⁴. Il guadagno dell'azionamento vale:

$$G = \frac{acd}{1 + cdef} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{A_0}{\tau_1 s + 1} \frac{1}{Ls + R + R_s}}{1 + \frac{A_0}{\tau_1 s + 1} \frac{1}{Ls + R + R_s} R_s \frac{1-\beta}{\beta} \frac{1}{\frac{\tau_2}{\beta A_0} s + 1}} \quad (130)$$

⁴Il polo dell'amplificatore differenziale dipende, quindi, dal fattore βA_0 ovvero dal guadagno d'anello. Per gli amplificatori ad un solo polo reazionati, vale la relazione che *il polo del sistema in anello chiuso ha una costante di tempo pari al rapporto tra la costante di tempo del sistema in anello aperto ed il guadagno d'anello*. A questo risultato si può dare un'interpretazione in termini di banda passante dell'amplificatore. La banda passante a -3db B di un sistema del primo ordine è pari a $\frac{1}{2\pi\tau}$ e, nel caso considerato,

$$B = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi \frac{\tau_2}{\beta A_0}} = B_0 \beta A_0 \quad (128)$$

dove B_0 è la banda passante del sistema in anello aperto. Dalla espressione precedente segue la relazione:

$$\frac{B}{\beta} = B_0 A_0 \quad (129)$$

la quale esprime il concetto che il rapporto tra la banda di un amplificatore ad un polo in anello chiuso ed il fattore di reazione β è costante ed è pari al prodotto tra la banda passante in anello aperto ed il guadagno statico in anello aperto. Alla quantità $B_0 A_0$ si dà il nome di *prodotto guadagno-banda* ed è una importante caratteristica dell'amplificatore.

Essendo il guadagno statico dell'amplificatore in anello chiuso pari a $\frac{1-\beta}{\beta}$, per $\beta \ll 1$, il guadagno statico tende ad $\frac{1}{\beta}$ e la costanza del prodotto guadagno-banda esprime il fatto che all'ottenimento di una elevata amplificazione corrisponde il pagamento di un prezzo in termini di banda passante.

13 Alimentatori non stabilizzati per azionamenti DC

Un azionamento DC necessita di alimentazioni per la parte a bassa potenza (amplificatori operazionali, etc.) ed anche per la parte ad alta potenza (transistor). La parte di potenza non ha bisogno di una tensione particolarmente stabile e si usano quindi alimentatori non stabilizzati. L'azionamento ha poi all'interno un dispositivo tipo DC/DC converter che, a partire dalla tensione fornita dall'alimentatore non stabilizzato, genera una tensione stabilizzata di valore opportuno per l'alimentazione dei circuiti della parte di bassa potenza dell'azionamento.

Un alimentatore non stabilizzato consiste essenzialmente di un trasformatore e di un raddrizzatore, descritti nel seguito.

13.1 Trasformatore

Il trasformatore di alimentazione, alimentato dalla tensione di rete a 50 Hz, fornisce una tensione alternata di valore opportuno al raddrizzatore che supponiamo essere un raddrizzatore a ponte a doppia semionda.

Per il dimensionamento del rapporto spire del trasformatore si può seguire il seguente metodo, Supponendo che la tensione di rete sia $v_{in} = 220 \text{ V}$ (valore efficace) e che la tensione continua che desideriamo ottenere dall'alimentatore sia $v_{DC} = 48 \text{ V}$, si calcola N nel seguente modo⁵:

$$N = 1.41 v_{in} / v_{DC} \quad (131)$$

Nel nostro caso otterremo $N = 6.46$.

13.2 Raddrizzatore

Utilizzando un ponte a diodi a doppia semionda, la tensione ottenuta in uscita dal trasformatore viene raddrizzata. La tensione raddrizzata ha un ripple molto elevato, di frequenza pari a due volte la frequenza di rete ovvero 100 Hz. Il ripple dipende dall'impedenza del carico e può essere ridotto introducendo un condensatore in parallelo al carico.

Il ponte fornirà corrente solo se la tensione raddrizzata sarà maggiore della tensione ai capi del condensatore e, quindi, per una frazione piuttosto piccola del periodo. Per il tempo restante sarà il condensatore che, scaricandosi, fornirà la corrente al carico.

Tanto più grande sarà il valore della capacità posta in parallelo al carico, tanto minore sarà il ripple. Esistono però delle controindicazioni all'uso di una capacità troppo elevata. Infatti, come si può vedere dai grafici riportati in figura 47, la frazione di periodo in cui il ponte è attivo si ridurrà moltissimo e si avranno degli elevati picchi di corrente sui diodi del ponte.

Come si vede in figura 47, con un carico che assorbe un valor medio di corrente di circa 2.5 A, possiamo avere picchi di corrente sul ponte di circa 60 A all'accensione e di circa 15 A a regime!

⁵ricordiamo che il valore efficace di un segnale sinusoidale è uguale a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ volte il valore massimo del segnale stesso: $\sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta dt} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right]_0^\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

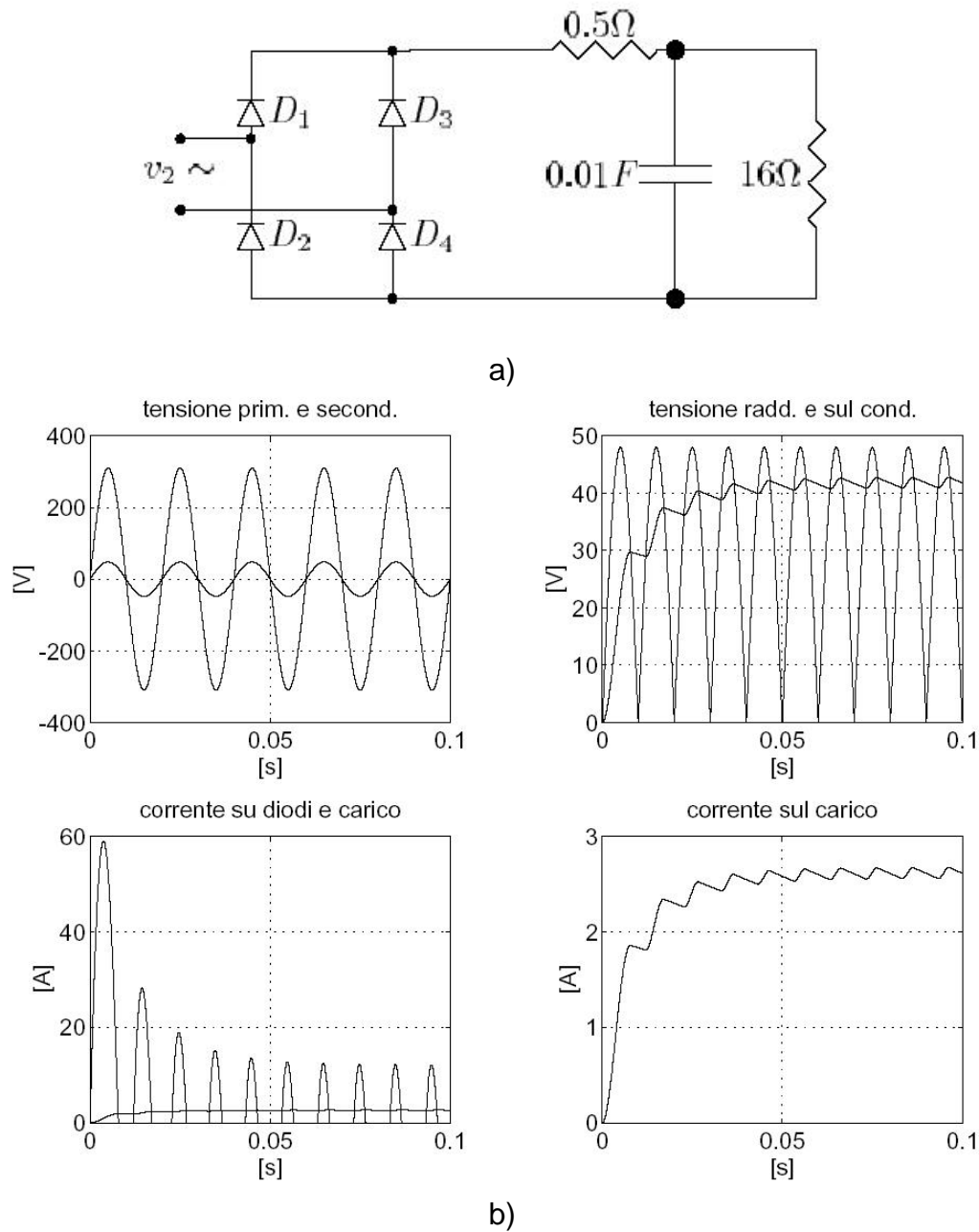


Figura 47: Esempio di trasformatore/raddrizzatore che alimenta un carico resistivo. a) Circuito raddrizzatore più carico: v_2 rappresenta la tensione sul secondario del trasformatore ottenuta con un rapporto spire pari a 6.46. Si è ipotizzato che il trasformatore avesse induttanza di dispersione nulla ed una resistenza totale sul secondario di 0.5Ω . È stata inoltre trascurata la caduta sui diodi considerati, quindi, ideali. Il condensatore posto in serie al carico ha una capacità di $10000\mu F$, mentre il carico è di 16Ω . b) Andamento delle forme d'onda nel circuito.

14 Circuiti integrati per il controllo d'asse

Sono oggi presenti in commercio alcuni circuiti integrati dedicati al controllo d'asse. Un simile integrato comprende:

- una interfaccia verso un processore esterno (host);
- un modulo per la generazione di traiettorie di riferimento per l'asse controllato;
- l'implementazione a livello hardware di un filtro PID;
- una interfaccia verso il sensore di posizione;
- una interfaccia, di tipo analogico, digitale o PWM, verso la parte di potenza che aziona il motore.

È possibile modificare via software i parametri del generatore di traiettoria e quelli del regolatore PID, spesso anche durante il moto. Il maggior vantaggio dell'uso di questi integrati in un sistema di controllo complesso, comprendente più assi controllati, è di demandare semplici ma dispendiose operazioni (l'implementazione di un filtro PID e la generazione di traiettorie di riferimento), ad un dispositivo hardware ottimizzato e, quindi, molto veloce. Un altro vantaggio è quello della "monoliticità" del dispositivo: esso infatti, richiede solo la parte di potenza che pilota il motore, avendo, già integrata, l'interfaccia per il sensore di posizione e, talvolta, per eventuali sensori di fine corsa.

Gli integrati per il controllo d'asse rappresentano una valida alternativa all'uso di componenti discreti nella progettazione di sistemi mecatronici in cui ci siano assi da controllare e di schede per il controllo assi.

Descriveremo, in quanto rappresentativo, uno degli integrati per controllo d'asse più diffusi, ovvero l'LM628/LM629 prodotto dalla National Semiconductor.

In dettaglio le caratteristiche dell'LM628/LM629 possono essere così riassunte:

- registri di posizione, velocità ed accelerazione a 32 bit;
- coefficienti del filtro PID a 16 bit programmabili;
- intervallo di campionamento programmabile;⁶
- uscita parallela a 8 o 12 bit;
- uscita PWM con segno a 8 bit di risoluzione (LM629);
- generatore di traiettoria trapezoidale;

⁶Se T è l'intervallo di campionamento base, utilizzando l'approssimazione alle differenze all'indietro, la velocità al passo k risulterà: $v_k = \frac{p_k - p_{k-1}}{T}$, dove p_k è la posizione misurata al passo k . Al fine di "addolcire" il segnale di velocità è possibile utilizzare, nell'equazione alle differenze, un intervallo multiplo del tempo di campionamento per il calcolo della velocità. Risulta: $v_k = \frac{p_k - p_{k-n}}{nT}$. In figura 48 è riportato un esempio esplicativo.

- velocità massima, posizione finale e parametri del filtro settabili anche durante il moto;
- possibilità di funzionare in anello di velocità o di posizione;
- possibilità di generare interrupts verso l'host esterno;
- interfaccia asincrona parallela a 8 bit verso l'host;
- interfaccia encoder con canale A, canale B e impulso indice.

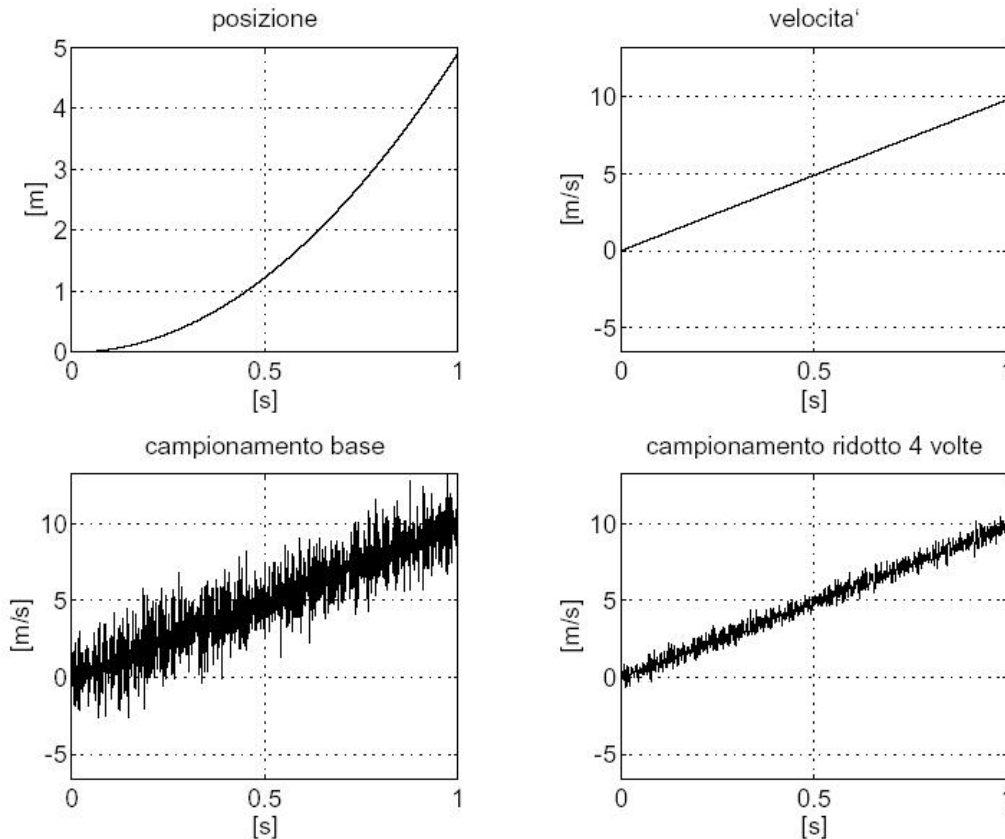


Figura 48: Effetto del campionamento sulla ricostruzione del segnale di velocità: nella parte alta della figura sono riportati i segnali di posizione e velocità di un corpo che si muove con accelerazione costante di 9.81 m/s^2 . Il sensore di posizione che campiona a $T = 1 \text{ ms}$, ha un rumore gaussiano con media zero e deviazione standard 1 mm . Nella parte bassa sono riportati i segnali di velocità ricostruiti a partire dal segnale di posizione rumoroso utilizzando T e $4T$ per calcolare il rapporto incrementale.

L'integrato può essere programmato dall'host tramite l'interfaccia 8 bit, facendo uso di un sintetico linguaggio specifico.

14.1 Pianificazione della traiettoria desiderata con profilo di velocità trapezoidale

Desiderando muovere un asse controllato da una posizione iniziale p_i ad una finale p_f in un tempo t_f , sono possibili infinite traiettorie. Un tipo di traiettoria molto utilizzato (anche se assolutamente non l'unico) è quello a profilo di velocità trapezoidale.

La traiettoria a profilo trapezoidale consiste in un tratto di durata t_a ad accelerazione costante a , un tratto a velocità costante v ed, infine, un tratto di durata t_a a decelerazione costante $-a$. In figura 49 è riportato un esempio di traiettoria trapezoidale.

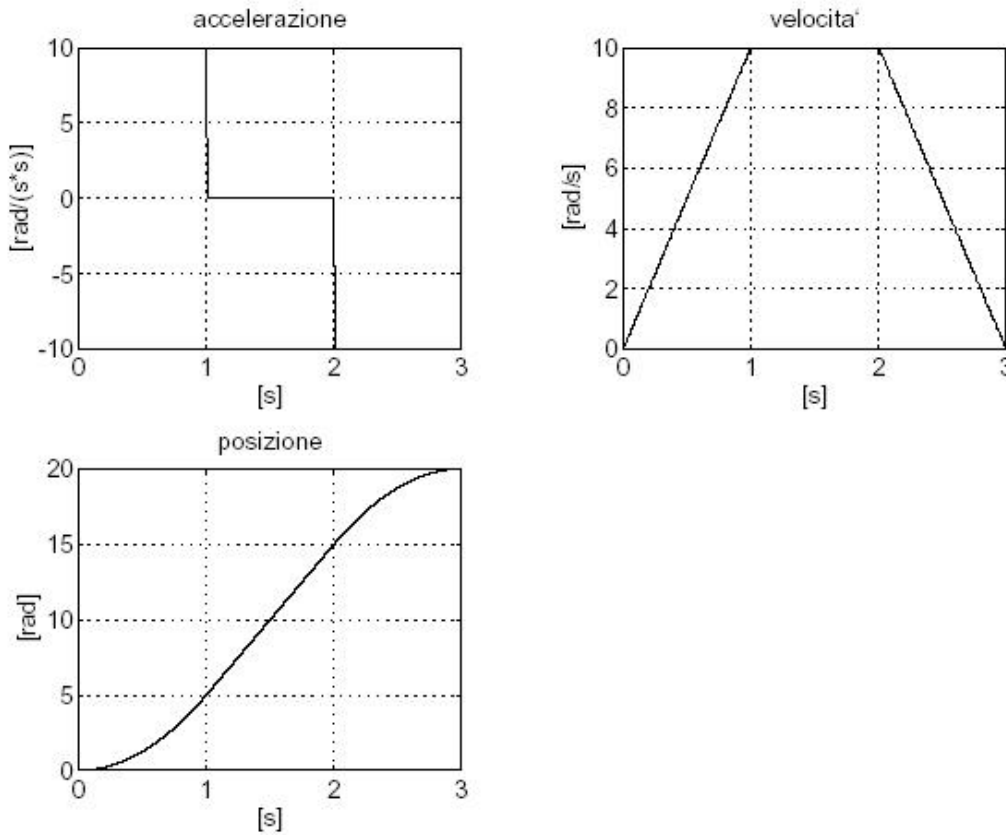


Figura 49: Traiettoria trapezoidale per un asse rotativo che deve compiere uno spostamento di 20 rad. Il valore dell'accelerazione è di 10 rad/s² e quello della velocità di 10 rad/s.

La relazione che lega la durata del movimento, lo spazio da percorrere, la velocità e l'accelerazione, può essere facilmente ricavata tramite un'interpretazione grafica del profilo di velocità. Facendo riferimento alla figura 49, ed osservando che lo spazio percorso sarà pari all'area sottesa dalla velocità, ricaviamo tale area come differenza tra il rettangolo avente come dimensioni t_f e v ed i due triangoli rettangoli uguali aventi cateti rispettivamente t_a e v :

$$s = p_f - p_i = vt_f - 2\left(\frac{vt_a}{2}\right) = vt_f - vt_a \quad , \quad (132)$$

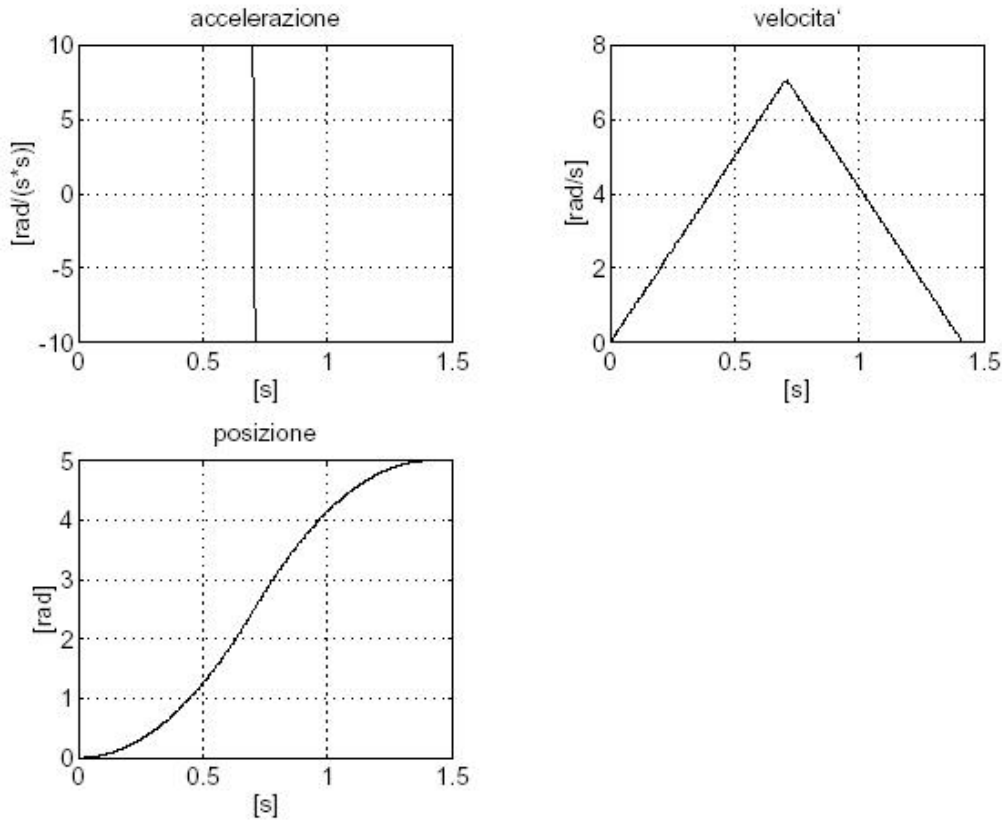


Figura 50: Traiettorie trapezoidale che degenera in una triangolare. Il tratto da percorrere è pari a 5 rad, il valore dell'accelerazione è di 10 rad/s^2 e la velocità massima di 10 rad/s non viene raggiunta.

da cui:

$$t_f = \frac{s}{v} + t_a \quad . \quad (133)$$

Infine, essendo $t_a = \frac{v}{a}$, si ottiene la relazione desiderata:

$$t_f = \frac{s}{v} + \frac{v}{a} \quad . \quad (134)$$

Se il tratto da percorrere è troppo piccolo⁷, a parità di accelerazione la velocità massima non viene raggiunta e la traiettoria degenera da trapezoidale in triangolare, come mostrato in figura 50. In questo caso la durata vale:

$$t_f = 2\sqrt{\frac{s}{a}} \quad . \quad (135)$$

⁷La minima lunghezza della traiettoria che consente di raggiungere la velocità massima v può essere calcolata come segue:

$$s_{lim} = 2\frac{1}{2}at_a^2 = a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{a} \quad .$$

Per $s < s_{lim}$, la traiettoria degenera.

15 Tipi di riduttori maggiormente utilizzati nei controlli d'asse

Nel progetto di un controllo d'asse spesso è necessario adattare la coppia e la velocità angolare del motore al carico mediante un riduttore. Le esigenze di precisione, rumorosità, masse, ingombri, costo, etc., possono essere molteplici ed esiste quindi una varietà di soluzioni per la scelta del tipo di trasmissione. Molto utilizzati sono i riduttori meccanici a ruote dentate o cicloidali. In alternativa all'uso di un riduttore disponibile commercialmente si può, per rispondere particolari esigenze, ricorrere alla progettazione personalizzata del riduttore. I tipi più utilizzati di riduttori commerciali sono quattro, elencati in appresso:

1. riduttori convenzionali a ruote dentate;
2. riduttori epicicloidali, eventualmente multistadio;
3. riduttori tipo Harmonic Drive;
4. riduttori cicloidali.

I primi sono i meno costosi ma, in generale, non sono indicati nel caso in cui esistano problemi di peso ed ingombro. Gli altri tre tipi invece sono molto compatti e forniscono rapporti di riduzione molto elevati in un singolo stadio. Per il principio di funzionamento dei riduttori dei primi due tipi si rimanda al corso di meccanica.

È comunque da notare che, in applicazioni in cui l'asse può muoversi nei due sensi, può essere importante avere riduttori di gioco contenuto. Per questo motivo, anche tra i riduttori di tipo tradizionale, i fornitori possono, a richiesta, fornire esemplari con gioco nullo registrati per aggiustaggio. Più raramente si trovano sul mercato riduttori con dispositivi di recupero automatico del gioco.

Viene adesso brevemente descritto il principio di funzionamento dei riduttori tipo Harmonic Drive e dei riduttori cicloidali.

15.1 Riduttori Harmonic Drive

Un riduttore Harmonic Drive è composto essenzialmente di tre parti:

- una ruota rigida a dentatura interna;
- una ruota deformabile a dentatura esterna, detta flex-spline;
- un elemento rigido, detto wave-generator.

La flex-spline ha lo stesso modulo della ruota a dentatura interna ed ha un numero di denti leggermente inferiore. Supponiamo, per fissare le idee, che la flex-spline abbia un numero di denti pari a $n - m$, dove n è il numero di denti della ruota a dentatura interna. Avendo lo stesso passo della ruota a dentatura interna e numero di denti inferiore, la flex-spline in configurazione indeformata e posta concentricamente alla ruota a dentatura fissa non aderisce a quest'ultima.

Se però immaginiamo di “schiacciare” la flex-spline questa, ad un certo punto, entrerà a contatto con la ruota a dentatura interna, ingranando, in due zone diametralmente opposte.

Il wave-generator è di forma pressochè ellittica ed è montato coassialmente alla ruota a dentatura interna. La sua funzione è quella di deformare la flex-spline in modo da farla ingranare sulla ruota a dentatura interna.

Supponiamo di tenere fissa la ruota a dentatura interna e di considerare il wave-generator come albero d'ingresso, e la flex-spline come albero d'uscita. Per ogni giro completo dell'albero d'ingresso, la flex-spline si sposterà rispetto alla ruota fissa di m denti. Il rapporto di riduzione è quindi pari a $\frac{-m}{n-m}$. Se, ad esempio, $n = 162$ e $m = 2$, il rapporto di riduzione risulta pari a $\frac{-1}{80}$.

15.2 Riduttori cicloidali

Gli elementi essenziali di un riduttore cicloidale sono:

- la parte fissa;
- l'albero d'ingresso su cui sono presenti 2 eccentrici con eccentricità opposta;
- 2 dischi cicloidali;
- l'albero di uscita.

Per spiegare il funzionamento di questo tipo di riduttore, facciamo riferimento ad un modello a ruote di frizione in cui è presente un solo disco cicloidale (il secondo disco cicloidale viene aggiunto per bilanciare la forza centrifuga). Una ruota di diametro ϕ_1 (disco cicloidale) si impegna internamente ad una ruota di diametro $\phi_2 > \phi_1$ (parte fissa). Il disco cicloidale viene portato in rotazione da un eccentrico, calettato sull'albero di ingresso, e rotola sulla superficie interna della ruota fissa.

L'eccentricità e del disco cicloidale è legata a ϕ_1 e ϕ_2 dalla seguente relazione:

$$\phi_1 + 2e = \phi_2 \quad (136)$$

Il moto di rotolamento del disco cicloidale sulla ruota fissa è, istantaneamente, un moto di rotazione attorno al punto di contatto. Sia ω_{in} la velocità angolare dell'albero di ingresso e ω_1 la velocità angolare del disco cicloidale. Si può scrivere la velocità del centro del disco cicloidale sia in funzione di ω_{in} che in funzione di ω_1 , ottenendo:

$$e \omega_{in} = -r_1 \omega_1 \quad (137)$$

dove $r_1 = \frac{\phi_1}{2}$ è il raggio del disco cicloidale.

La velocità angolare del disco cicloidale è quindi in rapporto fisso con la velocità dell'albero di ingresso e tale rapporto vale $-\frac{e}{r_1} = -\frac{1}{N}$ dove supponiamo che e ed r_1 siano tali che N sia un numero intero.

Per completare il riduttore è necessario trasmettere il moto dal disco cicloidale all'albero di uscita e per far ciò è necessario un opportuno accoppiamento cinematico. È possibile ottenere ciò realizzando un albero di uscita che ruota intorno allo stesso asse fisso dell'albero di ingresso.

L'albero di uscita deve essere accoppiato cinematicamente al disco cicloidale in modo che la sua velocità angolare sia uguale a quella del disco cicloidale e pari ad ω_1 . Per capire come un simile accoppiamento cinematico possa essere realizzato, osserviamo il moto relativo del disco cicloidale rispetto all'albero di uscita. Avendo i due corpi la stessa velocità angolare, il loro moto relativo può essere esclusivamente un moto di traslazione. Scegliendo un sistema di riferimento solidale al disco cicloidale, tutti i punti dell'albero di uscita descrivono traiettorie uguali. Siccome l'albero di uscita mantiene una eccentricità costante rispetto al disco cicloidale, la traiettoria del centro dell'albero di uscita è un cerchio di raggio e . Tutti i punti dell'albero d'uscita descrivono quindi, rispetto al disco cicloidale, delle circonferenze di raggio e .

A questo punto è chiaro come il moto del disco cicloidale possa essere trasmesso all'albero di uscita, ponendo dei rulli sull'albero di uscita e praticando dei fori di diametro opportuno sul disco cicloidale. I rulli rotoleranno all'interno di tali fori. Per determinare il diametro dei fori si procede come segue: se r è il raggio di un rullo, dato che il centro del rullo descrive, rispetto al disco cicloidale, una circonferenza di raggio e , il raggio del foro R dovrà essere pari a:

$$R = r + e \quad . \quad (138)$$

Bisogna adesso completare lo schema di principio a ruote di frizione con una soluzione costruttiva con profili coniugati che permetta la trasmissione delle forze dal disco cicloidale alla ruota esterna ovvero allo statore. Sarebbe possibile utilizzare denti ad evolvente di tipo convenzionale, ma la soluzione utilizzata nei riduttori commerciali è di tipo diverso e permette di evitare i contatti striscianti. Sulla periferia del disco cicloidale viene tagliata, per involuppo, una curva utilizzando un utensile circolare di diametro pari a quello di una serie di rulli posizionati sullo statore.

Per una rotazione completa del disco cicloidale, in lavorazione verranno prodotte N ondulazioni cicloidaliche, durante il funzionamento, si andranno ad impegnare sui rulli posti sullo statore. Il numero dei rulli da disporre sullo statore è pari a $N + 1$. In Fig. 51 è mostrato lo schema di principio di un riduttore cicloidale con raggio della circonferenza primitiva del disco cicloidale $r_1 = 60\text{mm}$ ed eccentricità $e = 4\text{mm}$. Il raggio della circonferenza primitiva dello statore è quindi $r_2 = r_1 + e = 64\text{mm}$. Il rapporto di riduzione vale $-\frac{e}{r_1} = -\frac{4}{60} = 15$. Il disco cicloidale deve avere 15 denti mentre i rulli sullo statore devono essere 16. Anche ragionando sul numero di denti del disco (15) e dei rulli di statore (16) si può determinare il rapporto di riduzione: infatti, per una rotazione $\theta_{in} = \frac{15}{16}$ di giro dell'albero d'ingresso eccentrico, il disco cicloidale si sposta rispetto allo statore di un rullo, ovvero un angolo di uscita $\theta_1 = \frac{1}{16}$ di giro in senso contrario rispetto all'ingresso, quindi il rapporto di riduzione vale: $-\frac{\frac{1}{16}}{\frac{15}{16}} = -\frac{1}{15}$

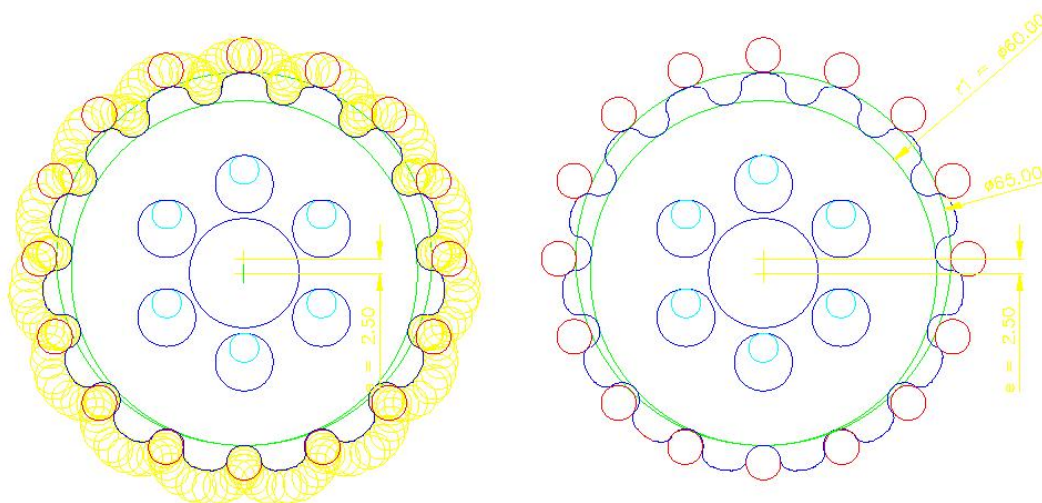


Figura 51: Esempio di riduttore cicloidale con $r_1 = 60\text{mm}$, $e = 4\text{mm}$ (rapporto di riduzione 1:15). Sulla sinistra è riportata la traiettoria che l'utensile esegue nel taglio del disco cicloidale, mentre a destra è possibile vedere il risultato che è l'involuppo della traiettoria dell'utensile.

16 Cenni sull'uso del regolatore PID per il controllo d'asse

Molto spesso gli impianti industriali (qui col termine impianto si intende genericamente un sistema al quale si desidera far svolgere un certo compito) vengono controllati in anello chiuso secondo il generico schema mostrato in Fig. 52

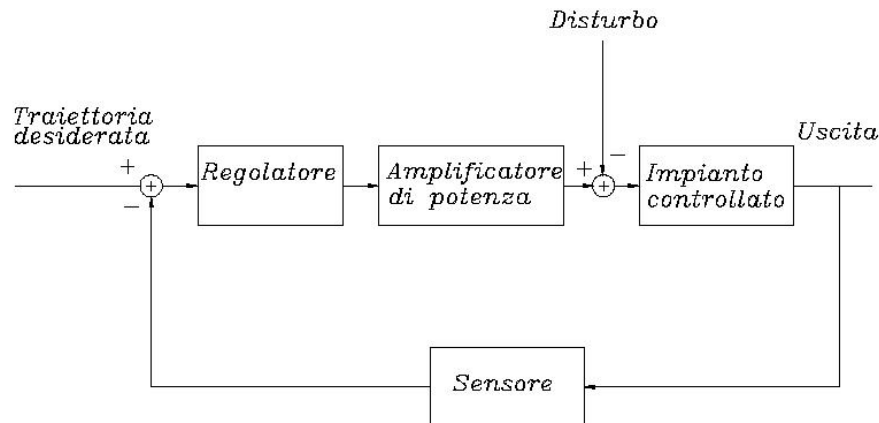


Figura 52: Sistema di controllo

Il regolatore PID con le sue varianti (P,I,PD,PI) è molto diffuso in ambiente industriale per il controllo in anello chiuso di impianti dei tipi più svariati secondo lo. L'acronimo sta per proporzionale, integrale derivativo. All'impianto da controllare viene fornito un segnale di controllo composto da tre termini proporzionali rispettivamente all'errore tra l'uscita ed l'ingresso, all'integrale dell'errore ed alla derivata dell'errore.

Introdurremo il controllo PID con un esempio di applicazione al controllo d'asse con motore a corrente continua.

16.1 Dinamica del sistema

Supponiamo di avere un sistema costituito da un motore a corrente continua (DC) pilotato in coppia che comanda un asse rotoidale su cui è calettato un volano.

Sia J il momento d'inerzia totale del sistema ridotto all'asse del giunto (asse lento) e f lo smorzamento viscoso presente nel sistema e ridotto all'asse del giunto.

L'equazione della dinamica del sistema è la seguente:

$$\tau = J\ddot{\vartheta} + f\dot{\vartheta} \quad , \quad (139)$$

dove τ è la coppia ridotta all'asse del giunto.

16.1.1 Controllo PD

Nel controllo PD, la coppia del motore è proporzionale ad una combinazione lineare dell'errore di posizione $e(t)$ e della derivata dell'errore di posizione $\dot{e}(t)$:

$$\tau = k_p e + k_v \dot{e} \quad , \quad (140)$$

dove:

$$\begin{aligned} e &= \vartheta_d - \vartheta \\ \dot{e} &= \dot{\vartheta}_d - \dot{\vartheta} \\ k_p &> 0 \\ k_v &> 0 \end{aligned} .$$

È da notare che, se si desidera controllare la posizione (controllo punto a punto), si avrà $\dot{\vartheta}_d = 0$, mentre se si vuole condurre il sistema lungo una traiettoria prestabilita, $\dot{\vartheta}_d \neq 0$. A queste due situazioni corrispondono, rispettivamente gli schemi delle figure 53 e 54. Esaminiamo il comportamento del sistema quando si voglia

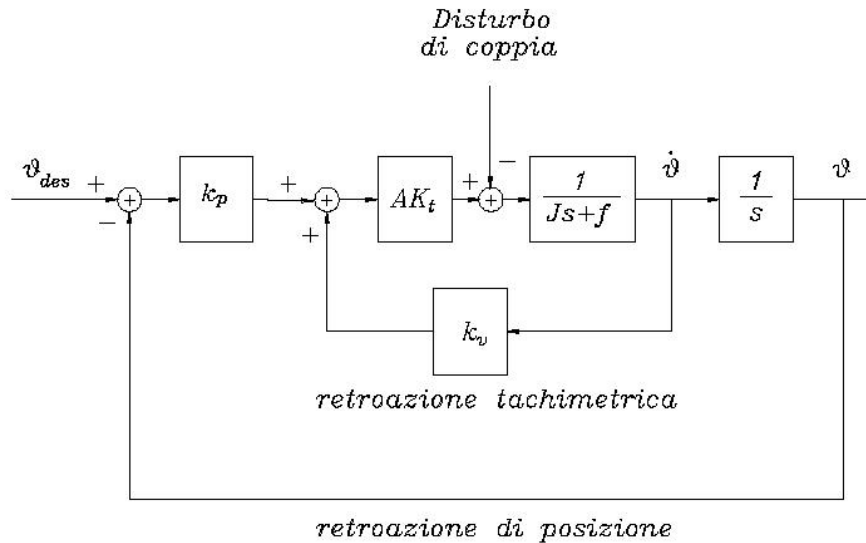


Figura 53: Sistema ad un grado di libertà con controllo proporzionale e reazione tachimetrica

regolare la sua posizione su un valore desiderato ϑ_d .

Equagliando i secondi membri delle (139)(140) (assenza di disturbo), si ottiene la seguente espressione:

$$k_v \dot{e} + k_p e = J\ddot{\vartheta} + f\dot{\vartheta} \quad . \quad (141)$$

Osservando che:

$$\begin{aligned} e &= \vartheta_d - \vartheta \\ \dot{e} &= -\dot{\vartheta} \\ \ddot{e} &= -\ddot{\vartheta} \end{aligned} ,$$

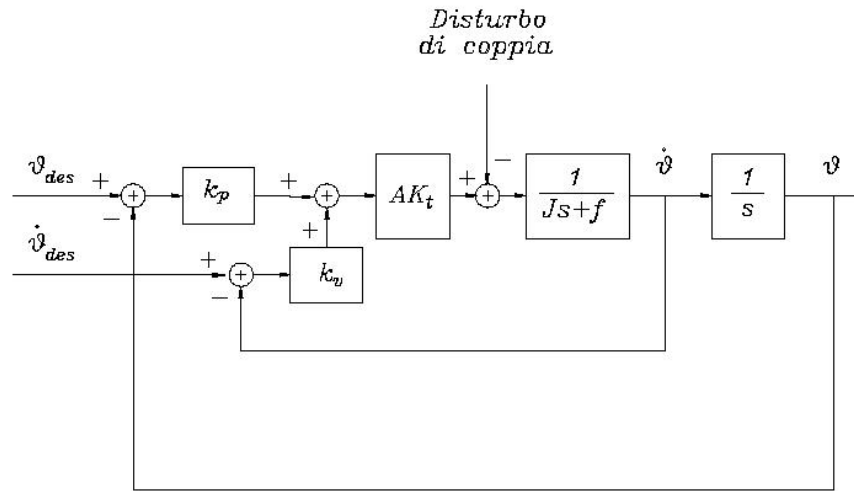


Figura 54: Sistema ad un grado di libertà con controllo PD ed aggiunta in ingresso della velocità desiderata

si ottiene:

$$k_v \dot{e} + k_p e = -J\ddot{e} - f\dot{e} \quad ,$$

ovvero:

$$J\ddot{e} + (k_v + f)\dot{e} + k_p e = 0 \quad . \quad (142)$$

La precedente si chiama equazione della **dinamica dell'errore**.

16.1.2 Il regolatore PD in presenza di un disturbo costante

Vediamo adesso il comportamento in presenza di un disturbo di coppia costante:

$$d(t) = d_0 \quad .$$

La dinamica dell'errore si modifica come segue:

$$J\ddot{e} + (k_v + f)\dot{e} + k_p e = d_0 \quad . \quad (143)$$

Se il sistema è stabile ed a regime, valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \ddot{e} &= 0 \\ \dot{e} &= 0 \end{aligned}$$

quindi l'errore a regime sarà dato da:

$$e|_{t=\infty} = \frac{d_0}{k_p} \quad .$$

È quindi interesse del progettista utilizzare grossi valori di k_p ma, come vedremo, il valore di k_p è limitato da considerazioni di stabilità. Il comportamento del sistema

è caratterizzato totalmente dalla seguente equazione differenziale lineare del 2° ordine:

$$\ddot{e} + \frac{(k_v + f)}{J}\dot{e} + \frac{k_p}{J}e = 0 \quad ,$$

e il sistema si dice quindi *lineare del 2° ordine*.

Il comportamento dei sistemi del 2° ordine può essere caratterizzato mediante i 2 parametri ω_n e ξ definiti come segue:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{J}}$$

$$\xi = \frac{k_v + f}{2\sqrt{k_p J}} \quad .$$

ω_n è detta *pulsazione propria non smorzata* ed è un indice della prontezza del sistema. ξ viene detto *smorzamento*. Con queste posizioni, la dinamica dell'errore può essere scritta:

$$\ddot{e} + 2\xi\omega_n\dot{e} + \omega_n^2 e = 0 \quad .$$

Il sistema è stabile se le radici della seguente equazione (detta equazione caratteristica) hanno parte reale negativa:

$$Js^2 + (k_v + f)s + k_p = 0$$

Dato che J e f sono maggiori di zero, scegliendo k_p e k_v anch'essi maggiori di zero, la stabilità del sistema è assicurata. Le radici dell'equazione caratteristica, denominate *poli del sistema*, sono:

$$s_1, s_2 = \frac{-(k_v + f) \pm \sqrt{(k_v + f)^2 - 4k_p J}}{2J}$$

Come già accennato, si può in genere trascurare f e quindi le radici valgono circa:

$$s_1, s_2 \simeq \frac{-k_v \pm \sqrt{k_v^2 - 4k_p J}}{2J}$$

Se i poli del sistema sono complessi coniugati, la loro parte reale vale

$$-\frac{k_v}{2J}$$

Essendo J un numero positivo, per soddisfare la condizione di stabilità deve essere:

$$k_v > 0$$

e il sistema è sempre stabile per ogni valore positivo di k_v .

16.1.3 Stabilità pratica

In effetti, anche se la teoria ci dice che il sistema è sempre stabile per ogni valore positivo di k_p e k_v ci sono alcuni aspetti da tener presenti quando si progetta un sistema di controllo reale:

- presenza di fenomeni lineari non modellati come, ad esempio, cedevolezze meccaniche, poli dell'amplificatore di potenza;
- presenza di non linearità: attrito secco, saturazione degli attuatori, giochi, gravità e, nel caso di robot a più gradi di libertà, *effetti centrifughi ed effetti giroscopici*;
- sistemi di controllo a tempo discreto: per implementare gli algoritmi di controllo, si utilizzano dei calcolatori che sono intrinsecamente sistemi a tempo discreto, quindi la banda del sistema in anello chiuso deve essere opportunamente limitata al fine di non violare il teorema del campionamento; inoltre i ritardi eventualmente presenti nella catena diretta e/o in quella di retroazione pregiudicano la stabilità del sistema;
- ipersensibilità al rumore: mentre un disturbo di coppia è reiettato in quanto si inserisce nella catena in un punto a valle del regolatore, disturbi come il rumore dei sensori, che si inseriscono a monte del regolatore non possono essere reiettati e, per alti valori dei guadagni possono portare il sistema reale all'instabilità; tra l'altro, il segnale di velocità è sovente ricavato con differenziazione numerica del segnale di posizione, operazione, questa, che introduce ulteriore rumore.

16.2 Criteri di progetto del regolatore PD

Dato che esistono spesso delle differenze tra i modelli adottati per il progetto del regolatore, è opportuno utilizzare il modello per eseguire un dimensionamento di massima cautelativo per poi procedere sperimentalmente ad un affinamento dei valori dei parametri al fine di ottenere le migliori prestazioni. Un possibile metodo è il seguente:

- si fissa il valore di ξ : in genere si sceglie $\xi = 1$ e ciò permette di ottenere una risposta al gradino senza sovraelongazione (*smorzamento critico*);
- si sceglie il valore di k_p che permette di avere una reiezione sufficiente dei disturbi o, in maniera equivalente, la pulsazione non smorzata ω_n del sistema in anello chiuso;
- si verifica con simulazioni o sperimentalmente se i valori scelti sono realistici; si scelgono valori più piccoli di quelli calcolati e si aumentano progressivamente, cercando il compromesso tra prontezza del sistema e reiezione dei disturbi da una parte e stabilità, insensibilità al rumore dall'altra.

16.3 Uso del termine integrale

Il regolatore PD, in presenza di un disturbo costante, fa sì che il sistema abbia un errore a regime non nullo. Se un errore a regime non nullo non è tollerabile, è possibile completare la struttura del regolatore con un termine **integrale**, ovvero un termine proporzionale all'integrale dell'errore.

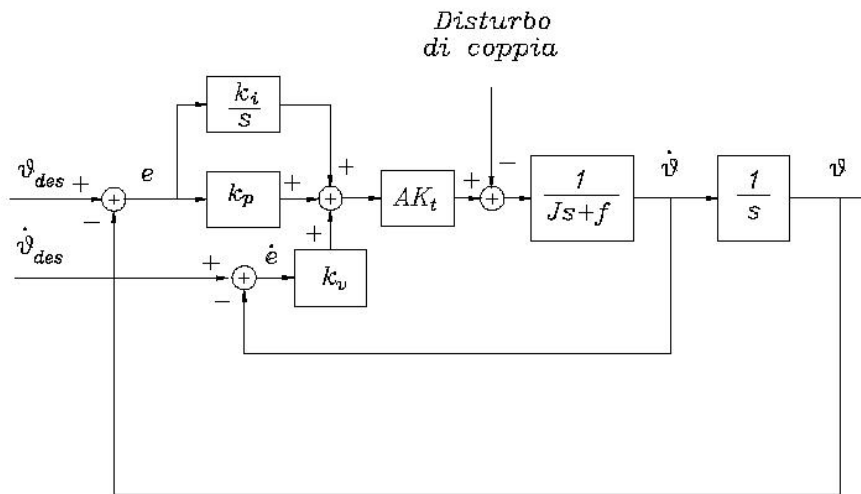


Figura 55: Sistema ad un grado di libertà con controllo PID

Con l'inserimento di un termine integrale nella legge di controllo infatti, l'errore a regime si annulla, come si può vedere derivando rispetto al tempo ambo i membri della dinamica dell'errore nel caso di disturbo di coppia costante:

$$J\ddot{e} + (k_v + f)\dot{e} + k_p e = d_0$$

$$J\ddot{e} + (k_v + f)\dot{e} + k_p e + k_i \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau = 0$$

Ricordando che $\frac{d}{dt} \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau = e(t)$, possiamo anche scrivere:

$$J\ddot{e} + (k_v + f)\dot{e} + k_p e + k_i e = 0$$

Nell'ipotesi che il sistema sia stabile, a regime si annulleranno tutte le derivate dell'errore e quindi otterremo:

$$e|_{t=\infty} = 0$$

N.B. Il termine integrale non è molto utilizzato nei controllori di posizione di robot, in quanto in caso di contatto non desiderato con l'ambiente si possono avere conseguenze disastrose, perchè il regolatore tende a reiettare come disturbi le forze di interazione, tendendo a portare gli attuatori in saturazione.

Criterio pratico di progetto:

- si dimensiona prima il controllore PD in modo da fissare banda passante e smorzamento del sistema;

- si introduce un piccolo termine integrale k_i che permetta di annullare l'errore in un tempo ragionevole, aumentando contemporaneamente k_v in maniera da mantenere un comportamento analogo a quello del semplice regolatore PD.
- si fissa un valore tollerabile dell'errore, al di sotto del quale il termine integrale è disattivato.

Un metodo alternativo è quello della sintesi diretta, basato sulla scelta dei tre poli del sistema in anello chiuso (*pole placement*) e nella determinazione dei parametri PID che permettono di piazzare i poli nelle posizioni desiderate del piano complesso.

16.4 Controllo PD con compensazione in avanti (feedforward)

In un sistema controllato, nel caso in cui si disponga di un modello dell'impianto, è possibile aggiungere allo schema di controllo un termine di compensazione in avanti basato sulla conoscenza della traiettoria desiderata $(\ddot{\vartheta}, \dot{\vartheta}, \vartheta)$ e sul modello, appunto.

Riprendiamo l'esempio del regolatore PD e riscriviamo l'equazione della dinamica del sistema in presenza di un disturbo tempovariante $d(t)$:

$$\tau(t) = J\ddot{\vartheta} + f\dot{\vartheta} + d(t) \quad .$$

Sulla base della conoscenza della traiettoria desiderata e del modello (J, f) , costruiamo un termine di compensazione in avanti $f(t)$ come segue:

$$f(t) = \hat{J}\ddot{\vartheta}_d + \hat{f}\dot{\vartheta}_d \quad .$$

Il termine $f(t)$ va aggiunto al termine di retroazione:

$$r(t) = k_v\dot{e} + k_p e \quad .$$

In sintesi la dinamica dell'errore è:

$$f + r = \tau \quad ,$$

o, più esplicitamente:

$$\hat{J}\ddot{\vartheta}_d + \hat{f}\dot{\vartheta}_d + k_v\dot{e} + k_p e = J\ddot{\vartheta} + f\dot{\vartheta} + d(t) \quad .$$

Infine, se la stima dell'inerzia e dell'attrito è corretta si ha

$$J\ddot{e} + (f + k_v)\dot{e} + k_p e = d(t) \quad .$$

N.B. La dinamica dell'errore è formalmente identica al caso di controllo su una posizione prestabilita, ma in questo caso anche lungo una traiettoria si ottengono le stesse prestazioni.

Nel caso del controllo di posizione di sistemi che risentono della gravità, come, ad esempio, un volano ad asse orizzontale con eccentricità del centro di massa,

può essere desiderabile compensare le azioni gravitazionali. Può essere quindi incluso nella compensazione in avanti anche un termine di compensazione degli effetti gravitazionali.

Esistono anche sistemi meccanici per la compensazione in gravità che vengono talvolta utilizzati su robot industriali e macchine utensili. Tali sistemi sono contrappesi e molle. Nel seguito è illustrato un esempio di dimensionamento per il sistema di compensazione a molla mostrato in Fig. 56.

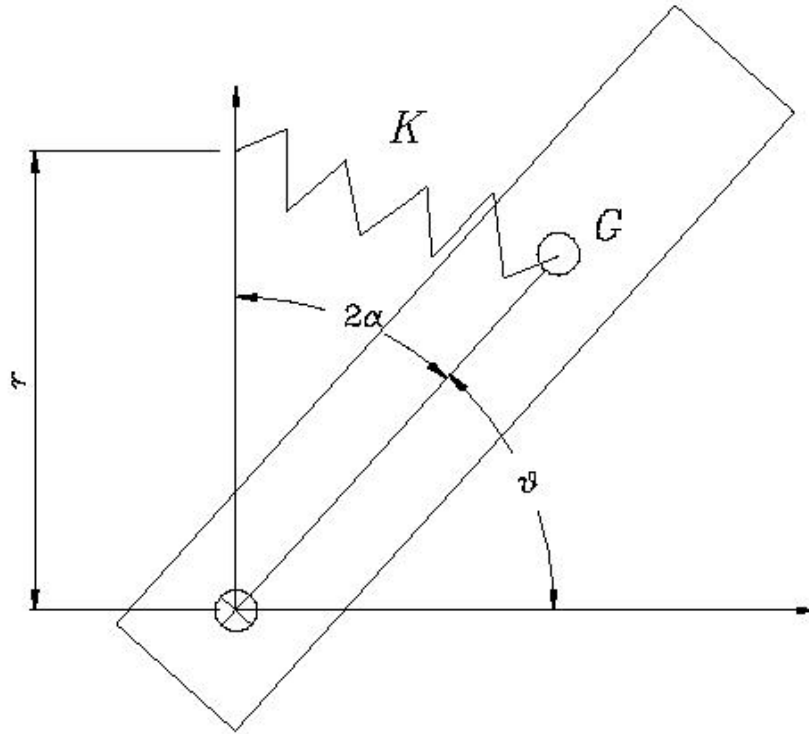


Figura 56: Compensazione di gravità con una molla

La coppia di richiamo c_k della molla vale:

$$c_k = f_k r \cos(\alpha) \quad ,$$

dove f_k è la forza della molla pari a $K\Delta l = 2rK \sin(\alpha)$. La coppia di richiamo c_k può quindi essere riscritta:

$$\begin{aligned} c_k &= 2Kr^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ &= Kr^2 \sin(2\alpha) \\ &= Kr^2 \sin(\pi - \vartheta) \\ &= Kr^2 \cos(\vartheta) \end{aligned}$$

Essendo la coppia di gravità pari a $mg \cos(\vartheta)$, basta scegliere una molla di costante elastica pari a $\frac{mg}{r}$ affinché la coppia di disturbo dovuta alla gravità sia identicamente compensata.

16.5 Esercizi

16.5.1

L'allievo illustri, mediante il criterio di Nyquist, l'effetto di un ritardo finito sulla stabilità di un sistema d'asse controllato con un regolatore PD.

Bibliografia

- [1] ST - SGS Thompson, "General Purpose Quad J-FET Operational Amplifiers TL084, TL084A, TL084B," *Technical documentation*, 1995.
- [2] Hewlett-Packard, "Quadrature Decoder/Counter Interface ICs" *Technical Data HCTL-2000, HCTL-2016, HCTL-2020*.